אביטל רותם ואבישי הניק

מה יודעים מתבגרים עם לקות למידה במתמטיקה על לוח הכפל?

ילדים עם לקות למידה מתמטית מראים קושי משמעותי בזכירת עובדות החישוב. המאמר סוקר סדרת ניסויים שבדקו את התפתחות הידע של עובדות הכפל אצל תלמידים שהתפתחותם תקינה בכיתות ב׳, ג׳ , ד׳ ו-ו׳ ומבוגרים, ותלמידים עם לקות מתמטית בכיתות ו׳ ו-ח׳. נבדקו זכירת עובדות הכפל וארבעה היבטים של תחושת מספר הקשורה לזכירת העובדות: תחושה על אודות גודל התוצאה; קשר לגורמי התרגיל; הספרות הספציפיות שבתוצאה; וזוגיות התוצאה. בין כיתה ד׳ ל-ו׳ מגיעים תלמידים ללא לקות לרמת ביצוע דומה למבוגרים, בתחילה בתרגילים קלים (כלומר, בתרגילים ששני גורמיהם קטנים מ-5, בתרגילים ששני גורמיהם זהים או בתרגילים שאחד מגורמיהם 5) ואחר-כך בתרגילים קשים. מכיתה ב׳ הם גם מפתחים תחושת מספר הקשורה לכפל ואף משתמשים בתחושת המספר לבדיקת סבירות של תוצאות במטלות חישוב. ביצועיהם של תלמידים עם לקות בכיתה ו׳ דומים לתלמידים ללא לקות בכיתה ב׳, ובכיתה ח׳ – לכיתה ד׳. השיפור ניכר אצלם רק בתרגילים הקלים. הדבר מעיד שתלמידים עם לקות מפתחים רשת זיכרון של עובדות כפל בגיל מאוחר, הקשרים ברשת שלהם חלשים, ובעיקר – הרשת חלקית וכוללת תרגילים קלים בלבד. למרות זאת, הם מפתחים חלק מהיבטי תחושת המספר הקשורים לעובדות הכפל, ואף משתמשים בכך לבדיקת סבירות של תוצאות במטלות חישוב. המאמר דן במסקנות על אודות תחושת המספר הקשורה לידע עובדות הכפל אצל תלמידים עם לקות ובמשמעויות להוראה.

ידע מתמטי הופך בעולם המודרני ליותר ויותר חיוני להשגת השכלה גבוהה והצלחה כלכלית (Siegler, et al., 2012)**. גישות עדכניות להוראה וללמידה של מתמטיקה מדגישות את הצורך לפתח אצל הלומדים "תחושת מספר"** ("Number sense", National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000) **במקום ללמד אוסף של עובדות ואלגוריתמים, כיוון שתחושת מספר טובה מאפשרת ליישם את הידע במצבים חדשים, ולא רק במצבים שגרתיים ומוכרים** (Hatano, 2003)**. המושג "תחושת מספר" הוא מושג עמום** (Berch, 2005)**, אך למרות זאת יש הסכמה שהוא כולל, בין השאר, את התחושה על אודות גודל המספר, אינטואיציה על אודות השפעה של פעולות על המספר, הבנת הקשרים המרובים הקיימים בין מספרים, יעילות באומדן, זיהוי טעויות מספריות גדולות, ורגישות לסבירות של חישובים** (Berch, 2005; U.S. Department of Education, 2008)**. כ-6%**

מהאוכלוסייה מתקשים במתמטיקה עקב "לקות למידה מתמטית". לקות למידה מתמטית מתוארת כקושי ספציפי בחשבון אצל ילדים נורמאליים מכל בחינה אחרת (Shalev & Gross-Tsur, 2001). מקובל להגדיר לקות למידה מתמטית בהתבסס על קושי משמעותי בחשבון יחסית למצופה מהגיל ומהיכולת השכלית, אף שניתנה הוראה הולמת ובהיעדר מוגבלות משמעותית שיכולה להיות סיבה לקושי זה (American Psychiatric Association, 1994). למרות הסיכון שמהווה לקות זו (שמעתה ואילך נקרא לה בקיצור "הלקות") לאיכות ולרמת החיים (Geary, 2011) ולמרות החשיבות בפיתוח תחושת מספר במיוחד אצל ילדים עם הלקות (Gersten & Chard, 1999), אך מעט ידוע על התפתחות תחושת המספר אצל מתבגרים עם הלקות. המאמר הנוכחי יסקור שלושה ניסויים שערכנו (שניים מהם פורסמו, השלישי בהכנה לפרסום; Rotem & Henik, 2013, 2014), במטרה לבדוק את התפתחות הידע בלוח הכפל ואת התפתחות תחושת המספר המתלווה להתפתחות הידע בכפל אצל ילדים ללא לקות ואצל מתבגרים עם הלקות. ספציפית, התמקדנו בתחושת מספר הקשורה לארבעה מאפיינים מספריים של מכפלות: קשר לגורמים, גודל, נוכחות ספרות ספציפיות וזוגיות. בכל אחד מהנושאים שבדקנו, נציג תחילה את הידוע מהספרות ואת שאלות המחקר שלנו, לאחר מכן נתאר בקצרה את הניסוי ולבסוף נציג את עיקרי התוצאות ומשמעותן. נסיים בסיכום כללי ומסקנות.

התפתחות הידע בלוח הכפל

התפתחות תקינה

ילדי ישראל מתחילים ללמוד את תרגילי לוח הכפל בכיתה ב' (משרד החינוך, **2006**). בתחילה, הם פותרים תרגילי כפל באמצעות פרוצדורות חישוב כגון חיבור חוזר (**3 x 4 = 4 + 4 + 4**) וספירת דילוג (**3 x 4 = 4, 8, 12**). בהדרגה, הם בונים מאגר זיכרון של תרגילים ופתרונות לתרגילים אלה ופותרים את רוב תרגילי הכפל באמצעות שליפה ממאגר הזיכרון (Baroody, 1999; Cho, Ryali, & Menon, 2011; De Brauwer & Fias, 2009; Lemaire & Siegler, 1995; Sherin & Fuson, 2005).

כבר בכיתה ב' ילדים פותרים חלק מהתרגילים טוב יותר (כפי שנמדד באחוזי דיוק וזמני תגובה) מאשר תרגילים אחרים, ממצא המעיד שתרגילים אלה קלים יחסית: נמצא שתרגילים במספרים קטנים (כלומר, תרגילים שבהם שני הגורמים קטנים מ-5, כגון **4x3**), תרגילי "תאומים" (כלומר, תרגילים שבהם שני הגורמים הם זהים, כגון **4x4**) ותרגילי חמש (כלומר, תרגילים בהם אחד הגורמים הוא 5, כגון **4x5**) נפתרים טוב יותר ובמהירות רבה יותר מאשר תרגילים "בינוניים" (כלומר, תרגילים שאחד הגורמים בהם קטן מ-5 ואחד הגורמים גדול מ-5, כגון **6x3**) ותרגילים במספרים גדולים (כלומר, תרגילים ששני הגורמים בהם גדולים מ-5, כגון **9x6**). יתרונם היחסי של תרגילים קטנים, תרגילי תאומים ותרגילי חמש מצטמצם עם העלייה בגיל (De Brauwer, Verguts & Fias, 2006; De Brauwer & Fias, 2009) אך אינו נעלם לגמרי, שכן הוא קיים גם אצל מבוגרים (Ashcraft, 1992;

(Campbell, 1995; Domahs & Delazer, 2005). יותר מכך – בתרגילים הגדולים, אפילו מבוגרים מיומנים העידו כי הם נעזרים לעתים בפרוצדורות חישוב במקום בשליפה מזיכרון (LeFevre, Bisanz, Daley, Buffone, & Sadesky, 1996). במחקר שנערך בבלגיה (De Brauwer, et al., 2006), הגיעו תלמידי כיתה ו' לרמת הביצוע של מבוגרים הן בדיוק והן בקצב, אולם לא נבדקו הבדלים גילאיים כפונקציה של סוג התרגיל.

התפתחות החישוב אצל ילדים עם הלקות

מתחילת לימוד החשבון, ילדים עם הלקות מתקשים ללמוד את עובדות החישוב, כלומר את התרגילים שאנשים פותרים בדרך כלל באמצעות שליפה מזיכרון ואינם נזקקים לחישוב. קושי זה הוא הבולט מבין מגוון הקשיים שמראים ילדים עם לקות והיציב ביותר לאורך כל הגילאים, כולל בגיל ההתבגרות. למעשה, ביצועיהם בגיל ההתבגרות בתרגילים פשוטים בארבע פעולות החשבון תואמים את המצופה לפי תוכנית הלימודים מתלמידי כיתות ב'-ג' (Calhoon, Emerson, Flores, & Houchins, 2007) ודומים לרמת הביצוע בפועל של תלמידי כיתות ב'-ג' בחיבור (Ostad, 1997) ובחיסור (Ostad, 1999). גם בכפל הם איטיים ומדויקים פחות מבני גילם (Mazzoco, Devlin, & McKenney, 2008) ואף מילדים צעירים מהם בשנה (Mabbot & Bisanz, 2008), אם כי ככל הידוע לנו לא נערך מחקר שהשווה את ביצועיהם לילדים צעירים יותר.

גירי (Geary, 2004) טען שעקב ליקויים במנגנוני הזיכרון, ילדים עם הלקות לא בונים מאגר זיכרון של עובדות חישוב. מבוט וביזנז (Mabbott & Bisanz, 2008) וכן מזוקו ועמיתותיה (Mazzocco, et al., 2008), מצאו שתלמידי כיתות ח' השתמשו יותר מבני גילם בפרוצדורות חישוב בתרגילי כפל במקום בשליפה מזיכרון. ממצאים אלה מצביעים על האפשרות שמתבגרים עם הלקות לא בנו מאגר זיכרון של עובדות כפל. עם זאת, התלמידים במחקרן של מזוקו ועמיתותיה פתרו טוב יותר תרגילי כפל קטנים מאשר תרגילי כפל גדולים, והחוקרות הסיקו מכך שייתכן שמתבגרים עם הלקות בכל זאת בנו מאגר של עובדות כפל, גם אם חלקי.

שאלת המחקר הראשונה שבדקנו בסדרת הניסויים היא כיצד משתנה הביצוע (דיוק וקצב) של תלמידים עם הלקות וללא לקות בתרגילי לוח הכפל, עם העלייה בגיל. ביצוע מהיר ומדויק יכול לרמוז שהתפתח מאגר זיכרון של עובדות הכפל, אם כי אי אפשר לשלול שגם בביצוע מהיר, המשתתפים עדיין משתמשים בפרוצדורות חישוב ולא בשליפה מזיכרון, גם אם הם משתמשים בהן ביעילות רבה (LeFevre, et al., 1996).

בסדרת הניסויים, השתמשנו במטלות אימות, כלומר, מטלות שבהן מוצגים למשתתפים תרגילים פתורים והם מתבקשים לציין אם הפתרונות נכונים או שגויים. יתרונן של מטלות אימות על מטלות שבהן המשתתפים מקבלים תרגילים ומתבקשים לפותרם בעצמם (מטלות הפקה) הוא בכך שהפתרון המוצע מהווה מעין פריים (prime) לשליפת התוצאה ממאגר הזיכרון. פתרונות נכונים מזרזים את השליפה, בעוד שפתרונות שגויים מעכבים אותה. הזירוז והעיכוב משפיעים במיוחד בתרגילים קשים, שבהם הקשר בין התרגיל לתוצאה

שבמאגר הזיכרון הוא חלש. מכאן שכאשר מוצגים פתרונות נכונים, מצטמצמים פערי הביצוע בין תרגילים קלים לקשים. רק פערים משמעותיים, המעידים על הקושי היחסי של התרגיל, נשמרים למרות צמצום זה. נוסף על כך, בפתרונות השגויים המוצגים במטלות אימות אפשר לערוך מניפולציות בהתאם לשאלות שבמוקד המחקר (Campbell, 1987). לכן, בבדיקת הביצוע של תלמידים עם לקות וללא לקות בתרגילי כפל, העדפנו להשתמש במטלות אימות.

בהתאמה להגדרת לקות הלמידה במתמטיקה ב-DSM-4 (American Psychiatric Association, 1994), איתרנו תלמידי כיתות ו׳ ו-ח׳ שקיים אצלם פער משמעותי בין הישגיהם הנמוכים בחשבון לבין יכולתם השכלית התקינה. איתרנו בעשרה בתי-ספר במחוז המרכז והדרום, המשרתים אוכלוסיות ממעמד כלכלי-חברתי בינוני עד נמוך, תלמידים שהישגיהם החשבוניים במבחן סטנדרטי המתאים לכיתה שהם לומדים בה (משרד החינוך, הרשות הארצית למדידה והערכה, 2010 א׳ ו-ב׳) היו ב-20% הנמוכים מכלל התלמידים בבתי-ספר אלה, אף שיכולתם השכלית, כפי שנבדקה במבחן צורות סטנדרטי (Raven, 1936), הייתה באחוזון ה-25 ומעלה. בעקבות שלו (Shalev, 2004) וגירי (Geary, 2004), לא הסתפקנו בפער זה ושיתפנו במחקר רק תלמידים שהראו גם פער חשבוני של שנתיים ומעלה מהנדרש לכיתתם, כלומר, קיבלו ציון נמוך מ-60 במבחן המתאים לכיתה צעירה בשנתיים מהכיתה שבה הם לומדים (משרד החינוך, הרשות הארצית למדידה והערכה, 2007 א׳ ו-ב׳). בעקבות טענתם של דהאן וכהן (Dehaene & Cohen, 1995), שעובדות הכפל מבוססות על זיכרון פונולוגי, לא כללנו במחקר ילדים עם חסך בעיבוד מידע פונולוגי ובקריאה, כפי שנבדק במבחן לאיתור ליקויי קריאה "אלף-תיו" (שני ואחרים, 2006). נוסף על כך, לא כללנו במחקר ילדים עם הפרעת קשב נלווית, לפי שאלון בלתי פורמלי שמילאו המחנכות. 16 תלמידי כיתות ו׳ ו-16 תלמידי כיתות ח׳ עמדו בכל הקריטריונים שתוארו לעיל והשתתפו בשלושת הניסויים, ושסדר העברת הניסויים היה שונה בין המשתתפים.

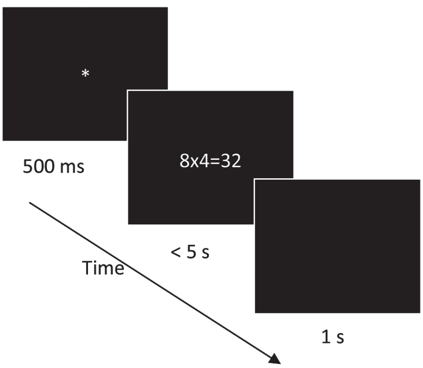
בארבעה מבתי הספר הללו, ביקשנו גם מתלמידים ללא לקות להשתתף במחקר. כל משתתף ללא לקות השתתף בניסוי אחד בלבד, אך הליך הגיוס היה זהה בשלושת הניסויים. בכל שכבת-גיל ובכל בית-ספר שיתפנו בכל ניסוי שלושה בנים ושלוש בנות באקראי מבין התלמידים שהביאו אישורי הורים חתומים להשתתפותם בניסוי. בניסוי הראשון נכללו 96 משתתפים ללא לקות (24 מכל שכבת-גיל) מכיתות ב׳, ד׳ ו-ו׳ וכן סטודנטים. בניסויי השני והשלישי רצינו לבחון גם ילדים עם ניסיון רב יותר בלוח הכפל מאשר בסוף כיתה ב׳, אך כאלה שניסיונם עדיין קצר, ולכן שיתפנו גם 24 ילדים מתחילת כיתה ג׳. הציון במבחן החשבון (משרד החינוך, הרשות הארצית למדידה והערכה, 2010, א׳; ג׳) של 60% מהתלמידים ללא הלקות היה מעל לחציון בעשרת בתי הספר, והציון של 40% מהם היה מתחת לחציון, אך מעל ל-20% התחתונים. לפי דיווחי המחנכות, אף אחד מתלמידים אלה לא קיבל שירותי הוראה במסגרות החינוך המיוחד.

התמקדנו בתלמידים ללא לקות מכיתות ב׳ ועד ו׳, כיוון שרצינו לבדוק את השינויים הגילאיים בביצוע כפל מתחילת לימוד הכפל בכיתה ב׳ ועד כיתה ו׳, שבה הביצוע של

תלמידים ללא לקות כבר דומה לזה של מבוגרים (De Brauwer, Verguts, & Fias, 2006; Koshmider & Ashcraft, 1991). בגלל הפער החשבוני שמראים תלמידים עם הלקות (Mabbott & Bisanz, 2008; Mazzocco, et al., 2008), התמקדנו בתלמידים עם הלקות בכיתות ו', גיל שבו כאמור הביצוע של תלמידים ללא לקות כבר דומה לזה של מבוגרים. הוספנו גם תלמידים עם לקות בכיתה ח', כדי לבדוק את השינויים הגילאיים החלים אצלם. בדקנו שאין הבדלים משמעותיים סטטיסטית ביכולת השכלית בין המשתתפים עם הלקות מכיתה ו', לאלו שבכיתה ח'. כיוון שבכל ניסוי השתתפו תלמידים אחרים ללא לקות, בדקנו בכל אחד מהניסויים שגם אין הבדלי יכולת שכלית בין קבוצות התלמידים. כמו-כן וידאנו שקיים הבדל משמעותי בציונים במבחנים המתמטיים שנערכו כתנאי להשתתפות בקבוצות השונות, בין התלמידים עם הלקות לתלמידים ללא לקות. מעניין לציין שהציון הממוצע של תלמידי כיתות ח' עם הלקות במבחן המתמטי היה נמוך משמעותית מזה של תלמידי כיתות ו' עם הלקות.

הניסוי הועבר באמצעות מחשב נייד, וההליך היה זהה בכל הניסויים: בתחילה, הוצג ל-500 אלפיות שנייה מסך שכוכבית במרכזו, למיקוד המבט. אחר-כך הוצג מסך שבמרכזו משוואה של תרגיל כפל חד-ספרתי והפתרון המוצע לו, והמשתתפים התבקשו לציין אם הפתרון נכון או שגוי באמצעות הקשה על אותיות ה-P, Q במקלדת. מחצית מהמשתתפים התבקשו להקליד P לציון "נכון" ו-Q לציון "שגוי", ומחציתם להפך. מקשים אלו סומנו במדבקה ירוקה לציון "נכון" ובמדבקה אדומה לציון "שגוי". מסך המשוואה הוצג עד שהמשתתפים ענו, אך במשך לא יותר מחמש שניות. פרק זמן זה נבחר לאחר ניסויי פיילוט עם תלמידים מכיתות ב', כדי לאפשר להם מצד אחד לעבד את התרגיל ולהספיק להגיב, אך מצד שני לצמצם את אפשרותם לבצע פרוצדורות חישוב במקום לשלוף את התוצאה מזיכרון. לאחר הצגת מסך ריק במשך שנייה אחת, חזר הליך זה על עצמו עד לסיום הבלוק, ראו תרשים 1. זמן התגובה ונכונות התגובה של כל משתתף בכל תרגיל תועדו על ידי תוכנת הניסוי.

תרשים 1. הליך הניסויים



לפני תחילת הניסוי הוקרא לכל משתתף הסבר שהופיע על מסך המחשב, וניתנו לו ארבע משוואות לתרגול. המשתתפים יכלו לחזור על שלב התרגול ולשאול שאלות הבהרה עד שחשו מוכנים להתחיל בניסוי. למשתתפים ניתן משוב רק במשוואות התרגול, אך לא בניסוי עצמו. בניסוי קיבלו המשתתפים עידוד כללי בתום כל בלוק (כמו: "מצוין!"). התלמידים נבדקו באופן יחידני, בנוכחות עוזרי מחקר שהוכשרו להעברת הניסויים (סטודנטים לתואר ראשון בפסיכולוגיה), בחדר שקט ככל האפשר בבית הספר. הסטודנטים שהשתתפו במחקר נבדקו באופן דומה במעבדה אוניברסיטאית. המשתתפים התבקשו להגיב מדויק ומהר ככל האפשר. כדי להפחית לחץ נאמר למשתתפים מראש שטעויות קורות גם לאנשים שיודעים היטב את לוח הכפל, ואם הם טועים הם מתבקשים להמשיך בניסוי ולא להתעכב. התלמידים קיבלו פרס קטן (כלי כתיבה או משחק לבחירתם) כתודה על השתתפותם, והסטודנטים קיבלו ניקוד עבור ביצוע חובה אקדמית של השתתפות בניסויים. כל הניסויים עם כל המשתתפים (למעט תלמידי כיתות ג׳, שנבדקו בתחילת כיתה ג׳) בוצעו רק לאחר שתלמידי כיתות ב׳ נחשפו ללוח הכפל המלא עד 10x10, כלומר לקראת סוף שנת הלימודים.

בניסוי הראשון שערכנו, הצגנו למשתתפים תרגילי כפל חד-ספרתיים מחמישה סוגים – קטנים, תאומים, חמש, בינוניים וגדולים. לא נכללו תרגילים שאחד הגורמים בהם אפס או אחד, כי הם נפתרים ככלל (Domahs & Delazer, 2005). בכל סוג תרגיל הוצגו 12 תרגילים שונים, כשכל תרגיל הוצג שמונה פעמים – ארבע פעמים עם תשובות שגויות, שיפורטו בהמשך, ו-4 פעמים עם תשובות נכונות, סה״כ 96 תרגילים מכל סוג, ו-480 בסך הכל. התרגילים חולקו ל-16 בלוקים, כשכל בלוק כלל את כל סוגי התרגילים ואת כל סוגי התשובות. בין הבלוקים, ניתנה למשתתפים הפסקה קצרה אך לא מוגבלת בזמן, בה המלצנו להם לנוח מעט. בין הבלוק השמיני לתשיעי הם קיבלו הפסקה של כרבע שעה שבמהלכה יצאו לחצר והתרעננו. סדר הצגת התרגילים היה דמוי-אקראי כך שתרגיל או התרגיל החלופי לו (למשל, 4x6 ,6x4), תשובה או גורם לא חזרו על עצמם פעמיים ברצף, ולא הוצגו יותר משלוש תשובות נכונות או שגויות ברצף.

ניתוחי שונות דו-כיווניים לתרגילים שהוצגו עם פתרונות נכונים הראו שהבדלי הדיוק בין הקבוצות משתנים לפי סוג התרגילים, וכך גם הבדלי הקצב, ראו ממצאים עיקריים בטבלה 1. בתרגילים הקלים (כלומר, תרגילים קטנים, תרגילי תאומים ותרגילי חמש), הגיעו ילדי ישראל לרמת הדיוק של מבוגרים כבר בכיתה ד׳. בתרגילים הקשים (כלומר, הבינוניים והגדולים), הם הגיעו לרמת הדיוק של מבוגרים רק בכיתה ו׳. בניגוד לבלגיה (De Brauwer, et al., 2006), תלמידי ישראל לא הגיעו למהירות דומה לזו של מבוגרים, אפילו בתום כיתה ו׳. הבדלים אלה בין ישראל לבלגיה יכולים להיות מוסברים בהבדלים בשיטות ההוראה ובכמות התרגול הנדרשת בארץ לעומת בלגיה.

טבלה 1. אחוזי דיוק וזמני תגובה ממוצעים של תלמידים עם לקות ובלעדיה, לפי סוג התרגיל

סוג התרגילים הקבוצה	קטנים	תאומים	חמש	בינוניים	גדולים
אחוז דיוק (וסטיית תקן)					
ו' עם לקות	84.4 (2.3)	74.3 (2.9)	74.4 (3.2)	50.9 (3.8)	44.1 (4.4)
ח' עם לקות	*89.9 (2.3)	*86.9 (29.)	*85.3 (3.2)	*72.3 (3.8)	51.1 (4.4)
ב' ללא לקות	88.1 (1.9)	78.0 (2.3)	75.4 (2.6)	62.1 (3.1)	40.0 (4.0)
ד' ללא לקות	*94.6 (1.9)	*92.5 (2.3)	*90.0 (2.6)	80.3 (3.1)	*74.2 (4.0)
ו' ללא לקות	96.1 (1.9)	95.4 (2.3)	95.5 (2.6)	88.5 (3.1)	*86.5 (4.0)
בוגרים ללא לקות	96.0 (1.9)	96.2 (2.3)	96.2 (2.6)	94.4 (3.1)	93.7 (4.0)
זמן תגובה באלפיות שנייה (וסטיית תקן)					
ו' עם לקות	1842 (99)	1513 (81)	1854 (107)	2121 (124)	2018 (144)
ח' עם לקות	*1319 (107)	*1240 (87)	*1469 (116)	1822 (134)	1827 (155)
ב' ללא לקות	2011 (83)	1875 (68)	2050 (90)	2365 (104)	2385 (120)
ד' ללא לקות	*1518 (77)	*1412 (63)	*1731 (84)	2050 (97)	2089 (112)
ו' ללא לקות	1382 (77)	1309 (63)	1570 (84)	1875 (97)	2136 (112)
בוגרים ללא לקות	1029 (76)	1069 (62)	1190 (82)	1390 (95)	1524 (110)

* מסמל הבדל מובהק ($p < .05$) בין שכבת-הגיל המסומנת, לשכבת הגיל הקודמת, באותו סוג תרגיל

נוסף על כך מצאנו שתלמידים בכיתה ו' עם הלקות הראו רמת דיוק הדומה לזו של תלמידים ללא לקות בכיתה ב' בכל סוגי התרגילים. תלמידים בכיתה ח' עם הלקות שיפרו את הדיוק שלהם לעומת תלמידי כיתות ו' עם הלקות, אך רק בתרגילים הקלים, ולא בתרגילים הקשים. למרות השיפור, דמתה רמת הדיוק של תלמידי כיתות ח' עם הלקות בתרגילים הקלים לזו של תלמידי כיתות ד' ללא לקות. ייתכן שהשיפור בביצוע נובע מכך שתלמידי כיתות ח' עם הלקות למדו להשתמש ביעילות בפרוצדורות חישוב כגון חיבור חוזר בעיקר בתרגילים קטנים ובתרגילי תאומים, כמו אצל תלמידים צעירים יותר ללא לקות (Sherin & Fuson, 2005), וכגון ספירה בדילוגי 5 בעיקר בתרגילי חמש, כמו אצל ילדים ומבוגרים ללא לקות (LeFevre, et al., 1996; Sherin & Fuson, 2005). ייתכן שהשיפור בביצוע נובע מבנייה, אמנם מאוחרת, של מאגר זיכרון לתרגילי כפל ותוצאותיהם. בנייה זו לא רק מאוחרת, אלא אף חלקית בלבד עבור תרגילים קלים, כפי שמצביעים גם ממצאיהן של מזוקו ועמיתותיה (Mazzocco, et.al., 2008). יותר מכך – מאגר זה אינו רק חלקי אלא אף חלש יותר מזה של תלמידים ללא לקות, שכן רמת הדיוק שאליה הגיעו תלמידי כיתה ח' עם הלקות בתרגילים הקלים דמתה לזו של תלמידי כיצה ד' ללא לקות. נדרש המשך מחקר בגילאים בוגרים יותר

כדי למצוא אם בהמשך חייהם מצליחים אנשים עם הלקות להשלים את בנייתו של מאגר הזיכרון של עובדות הכפל, או שהמאגר ימשיך להיות חלקי.

שאלה נוספת היא האם בעקבות בניית מאגר זיכרון (אמנם חלקי) של עובדות כפל, מתפתחת אצל ילדים עם הלקות תחושת מספר הקשורה לכפל, בדומה לתחושת המספר המתפתחת אצל ילדים ללא לקות. כדי לענות על שאלה זו, יש לבדוק לא רק את הדיוק והמהירות בביצוע תרגילי כפל, אלא גם את אופי השגיאות.

התפתחות תחושת המספר בתרגילי כפל

הביצוע של מבוגרים ללא לקות בתרגילי כפל חד-ספרתיים הוא כמעט נטול שגיאות, אך גם הם שוגים בכ-5% מהתרגילים, במיוחד כשנדרשת מגבלת זמן (Campbell, 1995). שגיאות אלה אינן אקראיות אלא בעלות מאפיינים ייחודיים (Campbell, 1995; Domahs & Delazer, 2005), ראו תרשים 2.

תרשים 2. המחשה של רשת הכפל המנטלית לפי מודל "השכנים העקביים" (Verguts & Fias, 2005) ודוגמה לשגיאות האופייניות באופרנדים 6 ו-4

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	26	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

41 23

נדגים את התופעות האופייניות לשגיאות כפל בעזרת התרגיל 4x6=24. פתרונות שגויים שאינם חלק מלוח הכפל (ולכן בהגדרה, גם אינם קשורים לגורמי התרגיל) מסומנים מחוץ ללוח הכפל: אחד קרוב לתוצאה הנכונה (23) והשני רחוק מהתוצאה הנכונה (41). פתרונות שגויים שנמצאים בשורת הכפל של אחד הגורמים, כלומר קשורים לגורמי התרגיל, מסומנים בריבוע. פתרונות שגויים שקרובים לתוצאה הנכונה מסומנים בעיגול. פתרונות שגויים שספרת העשרות שלהם זהה לזו שבתוצאה הנכונה מסומנים במשולש. פתרונות שגויים הקשורים לגורמי התרגיל וקרובים בגודל לתוצאה הנכונה מסומנים, אם כן, בריבוע ובעיגול. פתרונות שגויים הקשורים לגורמי התרגיל, הקרובים לתוצאה הנכונה וגם שספרת העשרות שלהם זהה לזו שבתוצאה הנכונה מסומנים, אם כן, בריבוע, בעיגול ובמשולש. פתרונות כאלה, הדומים במרב המאפיינים לתוצאה הנכונה (כי הם גם קשורים אליה באותה שורת כפל, גם קרובים אליה בגודל וגם כוללים אותה ספרת עשרות) הם הפתרונות השגויים השכיחים ביותר, ובמשימות אימות קשה יותר לשלול אותם. המאפיינים הללו מעידים על היבטים שונים של תחושת מספר בכפל:

1. **רוב שגיאות הכפל של מבוגרים הן תשובות נכונות לתרגיל כפל אחר עם אותו גורם; כלומר, הן נמצאות בשורת הכפל של אחד מגורמי התרגיל, כמו למשל השגיאה 4X6=28, שכן המספר 28 הוא התשובה הנכונה לתרגיל 4x7 ולכן הוא נמצא בשורת הכפל של הגורם 4. תופעה זו נקראת תופעת הקשר לגורמי התרגיל (**Operand relatedness effect; Campbell & Graham, 1985**). היא מעידה שאנשים יודעים את השורות והטורים של הכפל של גורמי התרגיל ומצפים שהתשובה תהיה מספר שנמצא בשורת הכפל של אחד מגורמי התרגיל.**

2. **כמו כן רוב השגיאות קרובות בגודלן לתשובה הנכונה, כמו השגיאה 4x6=28. תשובה זו לא רק נמצאת בשורת הכפל של הגורם 4, אלא גם נמצאת במרחק של לא יותר משני מקומות מהתשובה הנכונה בשורה זו. תופעה זו נקראת תופעת המרחק (**Distance effect; Campbell & Graham, 1985**, ויש המכנים אותה תופעה בשם Split effect) והיא מעידה שאנשים רגישים לגודל המצופה של התשובה הנכונה. בזמן הקצר שבין עיבוד התרגיל ועד שליפת התשובה הנכונה מהזיכרון, אנשים רגישים למרחק של תשובות אלטרנטיביות (שהוצעו להם, או שצצו בזיכרונם) מהגודל הסביר של התשובה הנכונה.**

3. **רוב השגיאות גם כוללות ספרה המופיעה בתשובה הנכונה באותו מיקום עשרוני (אחדות או עשרות). למשל, השגיאה 4x6=28 כוללת את ספרת העשרות 2, המופיעה גם בתשובה הנכונה 24 (**Domahs, Delazer, & Nuerk, 2006**). תופעה זו נקראת תופעת השכנים העקביים והיא מעידה שאנשים רגישים לא רק לקשר של התשובה לגורמי התרגיל ולגודל הצפוי של התשובה, אלא אף לספרות הספציפיות המופיעות בתשובה (**Consistent neighbors; Verguts & Fias, 2005; Domahs, et al., 2007**).**

4. **רוב השגיאות שומרות על הזוגיות המצופה של התשובה. כך למשל, השגיאה 4x6=28 היא מספר זוגי, כמו התשובה הנכונה לתרגיל זה. תופעה זו נקראת תופעת הזוגיות והיא מעידה על רגישות לזוגיות של תוצאות לתרגילי כפל** (Parity effect; Krueger, 1986; Lemaire & Reder, 1999).

רגישות להיבטים המספריים שתוארו מתבטאת לא רק בשגיאות שאנשים נוטים להפיק, אלא גם בקושי שלהם לשלול תשובות מסוימות במטלות אימות. כך, למשל, הם זקוקים לזמן רב יותר כדי לשלול פתרונות שגויים הקשורים לגורמי התרגיל מאשר הזמן הנדרש לשלול פתרונות שאינם קשורים לגורמי התרגיל. תחושת המספר הנלווית ללימוד הכפל מתפתחת בהדרגה, החל מכיתה ב', שבה מתחילים להכיר את לוח הכפל ברוב מדינות המערב וגם בארץ (משרד החינוך, 2006).

התפתחות הרגישות לקשר לגורמי התרגיל ולגודל התוצאה

כבר בכיתה ג', רוב השגיאות של ילדים בתרגילי כפל במספרים קטנים קשורות לגורמי התרגיל וקרובות לתוצאה הנכונה. עם העלייה בגיל, גדל חלקן של השגיאות הקשורות לגורמים והקרובות לתוצאה הנכונה בסך השגיאות (Butterworth, Marchesini, & Girelli, 2003). ילדים בכיתה ג' שהשתתפו במטלת אימות התקשו לשלול פתרונות שגויים הקשורים לגורמי התרגיל וקרובים לתוצאה הנכונה לעומת פתרונות שגויים אחרים (De Brauwer & Fias, 2009). קיום של רגישות לקשר לגורמי התרגיל ולמרחק מהתוצאה הנכונה מעיד שכבר בכיתה ג' יש לילדים תחושת מספר ביחס לשייכות של מספרים לשורת הכפל של התרגיל וביחס לגודל המצופה של התוצאה.

מזוקו ועמיתותיה (Mazzocco, et.al., 2008) מצאו שתלמידי כיתות ח' עם הלקות רגישים לקשר לגורמי התרגיל. הם אמנם שגו יותר מאשר בני גילם בתרגילי כפל, אך רוב שגיאותיהם, כמו רוב שגיאות בני גילם, היו קשורות לגורמי התרגיל. רגישותם לגודל המצופה של התשובה הייתה ברורה פחות: שגיאותיהם היו רחוקות יותר מהתוצאה הנכונה מאשר שגיאותיהם של תלמידים ללא לקות ואפילו משל תלמידים מתקשים במתמטיקה, אך שאין להם לקות חשבונית. הממצא של מזוקו ועמיתותיה מחזק ממצאי מחקרים קודמים שהראו קושי בתחושת המרחק אצל ילדים עם הלקות במטלות של חישוב פשוט: ג'ורדן, הניץ' וקפלן (Jordan, Hanich, & Kaplan, 2003) מצאו שתלמידי כיתות ב'-ג' עם הלקות התקשו יותר מבני גילם לבחור את הפתרון הקרוב יותר לתוצאה הנכונה של תרגילי חיבור (למשל, 4 + 9 שווה 12 או 19?). ראסל ונואל (Rousselle & Noel, 2008) מצאו שכאשר הציגו לתלמידי כיתות ג' עם הלקות תרגילי חיבור פתורים וביקשו מהם לציין אם הפתרון נכון או שגוי, הם הראו זמני תגובה דומים אם הפתרון היה קרוב לתוצאה הנכונה ולכן סביר בגודלו, או רחוק מהתוצאה הנכונה ולכן בלתי סביר בגודלו. הניסויים שתוארו לעיל לא אפשרו להבחין בין רגישות לקשר לגורמי התרגיל לבין רגישות למרחק מהתוצאה הנכונה ולכן לא אפשרו לבדוק אם אחת מהן מתחילה להתפתח לפני האחרת.

בניסוי הראשון שערכנו ושתואר קודם לכן, בדקנו גם את התפתחות הרגישות לקשר לגורמי התרגיל ולמרחק מהתוצאה בכל סוגי תרגילי הכפל. התמקדנו בשלוש שאלות: (1) האם הרגישות לקשר לגורמי התרגיל ולגודל התוצאה מתחילה להתפתח באותו זמן או שאחת מהן מקדימה את השנייה? (2) האם הרגישות לקשר לגורמים והרגישות לגודל התוצאה מתפתחות באותו אופן בכל סוגי התרגילים? ו-(3) האם ילדים משתמשים ברמזי קשר לגורמים וברמזי מרחק לשם ביצוע יעיל במטלות אימות? התשובות לשאלות אלו פורסמו במאמר נפרד (Rotem & Henik, 2014).

כדי לבדוק שאלות אלו, ערכנו מניפולציות בפתרונות השגויים שבניסוי הראשון, ושהיוו מחצית מסך הפתרונות. מחצית מהפתרונות השגויים שהצגנו היו קשורים לגורמים (למשל, 4x6=28) ומחציתם – לא קשורים לגורמים (למשל, 4x6=27); ומחצית מהפתרונות השגויים היו קרובים לפתרון הנכון (למשל, 4x6=28) ומחציתם – רחוקים ממנו (למשל, 4x6=48). כך שלכל תרגיל היו ארבעה פתרונות שגויים, אחד מכל סוג: קשור לגורמים וגם קרוב לפתרון הנכון; קשור לגורמים אך רחוק מהפתרון הנכון; לא קשור לגורמים אך קרוב לפתרון הנכון; ולא קשור לגורמים וגם רחוק מהפתרון הנכון. בכל סוג תרגיל פיקחנו שהמרחק הממוצע של הפתרונות השגויים מהפתרון הנכון יהיה זהה בין ארבעת סוגי הפתרונות. כדי למנוע השפעת משתנה אחר על בחירת הפתרון על-ידי משתתפי הניסוי, פיקחנו גם על כיוון הפתרון המוצע (מעל לפתרון הנכון או מתחתיו), זוגיות הפתרון המוצע, שייכות ללוח הכפל בפתרונות שאינם קשורים לגורמים, אחוז הפתרונות האופייניים למכפלות 5 (כלומר, שספרת האחדות שלהם היא חמש או אפס) ועל כך שלא יהיו פתרונות שיגרמו בלבול פעולה (Associative confusion; Winkelman & Schmidt, 1974, למשל 3x4=7) או בלבול קריאה (Reading-based association; Campbell, 1997, למשל 8x4=34).

ניתוחי שונות הראו אינטראקציה ארבע-כיוונית בזמני התגובה, כלומר, זמני התגובה הממוצעים מושפעים במשולב מכל ארבעת הגורמים שנבדקו: הקבוצה, סוג התרגיל, הקשר של הפתרון המוצע לגורמי התרגיל, והמרחק של הפתרון המוצע מהתוצאה הנכונה, ראו טבלה 2. באחוזי הדיוק הממוצעים נמצאה אינטראקציה של הקבוצה, סוג התרגיל, והקשר של הפתרון המוצע לגורמי התרגיל (ראו טבלה 3) וכן אינטראקציה של סוג התרגיל, הקשר של הפתרון המוצע לגורמי התרגיל, והמרחק של הפתרון המוצע מהתוצאה הנכונה, ראו טבלה 4.

טבלה 2. זמני תגובה ממוצעים בניסוי הראשון לפי הקבוצה, סוג התרגיל וסוג הפתרון השגוי

קבוצה	**סוג התרגילים**	**סוג הפתרונות**				**דפוס התגובה – הפתרונות השגויים שהמשתתפים התקשו לשלול**[1]
		לא קשורים לגורמי התרגיל **ורחוקים** מהתוצאה הנכונה	**קשורים** לגורמי התרגיל **ורחוקים** מהתוצאה הנכונה	**לא קשורים** לגורמי התרגיל **וקרובים** לתוצאה הנכונה	**קשורים** לגורמי התרגיל **וקרובים** לתוצאה הנכונה	
ו' עם לקות	**קטנים**	1,973 (126)	2,124 (125)	2,085 (128)	2,168 (113)	–
	תאומים	1,964 (115)	1,766 (105)	1,639 (111)	2,008 (119)	קשורים שהם גם קרובים, ובנוסף, **לא קשורים שהם גם רחוקים**
	חמש	2,113 (119)	2,045 (136)	2,032 (124)	2,367 (135)	-
	בינוניים	2,351 (145)	2,019 (131)	2,016 (137)	1,925 (151)	**לא קשורים**
	גדולים	1,917 (138)	1,905 (138)	2,241 (163)	1,983 (169)	**לא קשורים שהם גם קרובים**
ח' עם לקות	**קטנים**	1,592 (136)	1,642 (135)	1,631 (138)	1,608 (123)	קשורים לגורמים בכל סוגי התרגילים. בנוסף, קרובים לתוצאה הנכונה בתרגילים בינוניים בלבד
	תאומים	1,591 (124)	1,520 (113)	1,507 (120)	1,557 (129)	
	חמש	1,627 (129)	1,623 (147)	1,597 (134)	1,844 (146)	
	בינוניים	1,737 (156)	1,715 (142)	1,876 (148)	2,004 (163)	
	גדולים	1,657 (149)	1,816 (150)	1,617 (176)	1,920 (183)	
ב' ללא לקות	**קטנים**	2,181 (105)	2,389 (105)	2,326 (107)	2,361 (95)	קשורים
	תאומים	2,222 (96)	2,137 (87)	2,008 (100)	2,297 (100)	קשורים שהם גם קרובים
	חמש	2,301 (100)	2,454 (114)	2,438 (104)	2,455 (113)	–
	בינוניים	2,427 (121)	2,390 (110)	2,398 (115)	2,626 (126)	–
	גדולים	2,113 (116)	2,268 (117)	2,386 (136)	2,297 (141)	–

ד' ללא לקות	**קטנים**	1,843 (98)	1,831 (98)	1,829 (100)	1,856 (88)	–
	תאומים	1,761 (89)	1,713 (82)	1,641 (87)	1,884 (93)	קשורים שהם גם קרובים
	חמש	1,817 (93)	2,059 (106)	1,986 (97)	2,169 (106)	התקשו בקרובים יותר מברחוקים, ובנוסף, בקשורים יותר מבלא-קשורים
	בינוניים	2,069 (113)	2,110 (102)	1,982 (107)	2,264 (117)	קשורים שהם גם קרובים
	גדולים	2,020 (108)	2,090 (109)	2,192 (127)	2,203 (132)	קרובים
ו' ללא לקות	**קטנים**	1,704 (98)	1,748 (98)	(100) 1,607	1,627 (88)	–
	תאומים	1,662 (89)	1,695 (82)	1,614 (87)	1,771 (93)	קשורים
	חמש	1,708 (93)	1,794 (93)	1,797 (97)	1,944 (106)	התקשו בקרובים יותר מברחוקים, ובנוסף, בקשורים יותר מבלא-קשורים
	בינוניים	1,956 (113)	1,939 (102)	1,934 (107)	2,176 (117)	קשורים וקרובים
	גדולים	1,896 (108)	2,005 (109)	2,185 (127)	2,210 (132)	קרובים
מבוגרים ללא לקות	**קטנים**	1,278 (96)	1,250 (96)	1,224 (98)	1,288 (87)	–
	תאומים	1,267 (87)	1,241 (80)	1,181 (85)	1,365 (91)	קשורים שהם גם קרובים
	חמש	1,299 (91)	1,419 (104)	1,450 (95)	1,521 (103)	התקשו בקרובים יותר מברחוקים, ובנוסף, בקשורים יותר מבלא-קשורים
	בינוניים	1,470 (111)	1,490 (100)	1,416 (105)	1,611 (115)	קשורים שהם גם קרובים
	גדולים	1,423 (106)	1,494 (106)	1,829 (125)	1,805 (129)	קרובים

[1]האינטראקציה המשולשת בין סוג התרגיל, הקשר של הפתרון המוצע לגורמי התרגיל והמרחק של הפתרון המוצע מהתוצאה הנכונה הייתה מובהקת בכל הקבוצות למעט בכיתה ח' עם הלקות. בטבלה, הדפוס צוין רק כשהאינטראקציה הדו-כיוונית בין הקשר לגורמים והמרחק מהתוצאה הנכונה הייתה מובהקת ($p<.05$) וכאשר הדפוס שנמצא היה אף הוא מובהק ($p<.05$). פתרונות סבירים, ולכן קשים לשלילה, הם הפתרונות הקשורים לגורמים והקרובים לתוצאה הנכונה. דפוס חריג מופיע בדפוס מובלט.

טבלה 3. אחוזי הדיוק הממוצעים בניסוי הראשון לפי קבוצה, סוג התרגיל והקשר של הפתרון המוצע לגורמי התרגיל[1]

הקבוצה	סוג התרגילים	אחוז הדיוק הממוצע (וסטיית תקן) בפתרונות שגויים שאינם קשורים לגורמי התרגיל	אחוז הדיוק הממוצע (וסטיית תקן) בפתרונות שגויים הקשורים לגורמי התרגיל
ו' עם לקות	קטנים	81.8 (3.0)	77.3 (3.1)
	תאומים	76.3 (3.0) *	66.2 (2.6)
	חמש	80.4 (2.4) *	73.8 (2.7)
	בינוניים	74.3 (3.2)	68.0 (3.2)
	גדולים	71.1 (3.5)	71.9 (3.3)
ח' עם לקות	קטנים	80.8 (3.0)	78.6 (2.6)
	תאומים	80.4 (2.4) *	67.1 (2.4)
	חמש	85.2 (2.6) *	80.3 (2.6)
	בינוניים	78.1 (3.5)	78.9 (3.3)
	גדולים	76.5 (3.7)	74.2 (3.8)
ב' ללא לקות	קטנים	85.1 (3)	84.5 (2.6)
	תאומים	82.7 (2.4) *	79.9 (2.7)
	חמש	83.0 (2.6)	83.3 (2.6)
	בינוניים	79.6 (2.9)	77.3 (2.9)
	גדולים	74.1 (3.5)	76.7 (3.3)
ד' ללא לקות	קטנים	93.8 (2.4) *	91.1 (2.7)
	תאומים	89.1 (2.6) *	86.4 (2.6)
	חמש	92.6 (2.9) *	88.4 (2.9)
	בינוניים	91.3 (3.0)	89.8 (3.1)
	גדולים	88.5 (3.5)	86.2 (3.1)
ו' ללא לקות	קטנים	96.9 (2.6) *	93.8 (2.6)
	תאומים	92.1 (2.9) *	84.3 (2.9)
	חמש	95.7 (3.0) *	90.2 (3.1)
	בינוניים	94.1 (3.6) *	87.6 (3.1)
	גדולים	89.0 (2.9)	87.6 (3.3)
מבוגרים ללא לקות	קטנים	97.4 (2.9)	96.9 (2.9)
	תאומים	94.8 (3.0) *	91.3 (3.1)
	חמש	94.4 (3.0) *	91.1 (2.6)
	בינוניים	97.1 (2.9) *	96.8 (3.3)
	גדולים	94.9 (3.2)	89.1 (3.2)

[1] האינטראקציה הדו-כיוונית בין סוג התרגיל לקשר של הפתרון המוצע לגורמי התרגיל, נמצאה מובהקת בכל הקבוצות. * מסמל הבדל מובהק ($p<.05$) בין פתרונות הקשורים לגורמי התרגיל, לפתרונות שאינם קשורים לגורמי התרגיל.

טבלה 4. אחוזי הדיוק הממוצעים בניסוי הראשון לפי סוג התרגיל, הקשר של הפתרון המוצע לגורמי התרגיל והמרחק של הפתרון המוצע מהתוצאה הנכונה

סוג התרגילים	**אחוז הדיוק הממוצע (וסטיית תקן) בפתרונות שגויים:**				**דפוס התגובה**[2]
	שאינם קשורים לגורמי התרגיל ורחוקים מהתוצאה הנכונה	**הקשורים לגורמי התרגיל ורחוקים מהתוצאה הנכונה**	**שאינם קשורים לגורמי התרגיל וקרובים לתוצאה הנכונה**	**הקשורים לגורמי התרגיל וקרובים לתוצאה הנכונה**	
קטנים	89.1 (1.4)	87.1 (1.2)	89.5 (1.4)	86.9 (1.3)	קושי לשלול פתרונות ה**קשורים** לגורמי התרגיל
תאומים[1]	86.2 (1.2)	85.3 (1.3)	85.6 (1.2)	73.1 (1.5)	קושי לשלול פתרונות ה**קשורים** לגורמי התרגיל, בתנאי שהם גם **קרובים** לתוצאה הנכונה
חמש[1]	88.2 (1.3)	87.2 (1.3)	88.8 (1.3)	81.9 (1.3)	
בינוניים[1]	86.5 (1.4)	85.9 (1.4)	85.0 (1.4)	80.2 (1.5)	
גדולים	85.6 (1.5)	85.0 (1.4)	79.1 (1.6)	76.8 (1.7)	קושי לשלול פתרונות ה**קרובים** לתוצאה הנכונה

[1] בתרגילים אלה, האינטראקציה הזוגית בין הקשר של הפתרון המוצע לגורמי התרגיל, לבין מרחקו מהתוצאה הנכונה, נמצאה מובהקת ולכן בהמשך נבדקה שונות חד-כיוונית בין פתרונות הקשורים לגורמי התרגיל לפתרונות שאינם קשורים לגורמי התרגיל, לחוד עבור פתרונות הקרובים לתוצאה הנכונה, ועבור פתרונות הרחוקים מהתוצאה הנכונה.

[2] בהתאם לניתוח שונות חד-כיווני, $p< .05$.

האם הרגישות לקשר לגורמי התרגיל והרגישות לגודל התוצאה מתחילות להתפתח באותו זמן? **– בוגרים ללא לקות מעבדים קודם מידע הקשור למרחק ורק אחר-כך מידע הקשור לקשר לגורמי התרגיל. כך, במטלת אימות, הזמן שנדרש להם כדי לשלול פתרונות שגויים הקשורים לגורמי התרגיל הוא ארוך מהזמן שנדרש להם כדי לשלול פתרונות שגויים הקרובים לתוצאה הנכונה (Nieddegen & Rosler, 1999). רצינו לבדוק אם רצף זמנים זה תקף גם מבחינה התפתחותית, כך שהרגישות לגודל התוצאות מתפתחת לפני הרגישות למספרים הקשורים לגורמי התרגיל, או ששתיהן מתפתחות באותו מועד. כמו-כן רצינו לבדוק אם אותו רצף קיים גם אצל תלמידים עם הלקות.**

התוצאות הראו שבכיתה ב' ילדים ללא לקות רגישים גם לקשר לגורמים וגם למרחק של הפתרון המוצע מהתוצאה הנכונה. אף שהניסוי תוכנן כך שאפשר יהיה להבחין בין תופעת הקשר לגורמי התרגיל לבין תופעת המרחק, לא הראו הממצאים שאחת מהן מתפתחת

מוקדם יותר מהאחרת ולא הראו שרצף העיבוד שנמצא אצל מבוגרים (כלומר, קודם מעבדים מרחק ורק אחר-כך מעבדים את הקשר לגורמים) תקף גם מבחינה התפתחותית. גם ילדים עם הלקות בכיתות ו׳ ו-ח׳ הראו רגישות הן לקשר לגורמי התרגיל הן למרחק של התוצאה המוצעת מהתוצאה הנכונה, שכן לשתי התופעות הייתה השפעה על הביצוע שלהם. אבל תלמידי כיתה ו׳ עם הלקות הראו בו-זמנית גם כמה דפוסי ביצוע חריגים ביחס לקשר לגורמים ולמרחק – בחלק מתנאי הניסוי, הם הראו דפוסי ביצוע הפוכים מהצפוי לפי הספרות וגם הפוכים מכפי שפעלו שאר משתתפי הניסוי. כך למשל, בחלק מתנאי הניסוי הם דחו פתרונות שאינם קשורים לגורמי התרגיל דווקא לאט יותר (במקום מהר יותר לפי המצופה) מאשר פתרונות הקשורים לגורמי התרגיל, או הראו שפתרונות הקשורים לגורמי התרגיל משפיעים על הביצוע שלהם דווקא כשהם רחוקים מהתוצאה הנכונה, ולא כשהם קרובים אליה. הפרשנות הסבירה לדפוס שונה זה היא שתלמידים עם לקות בכיתה ו׳ לא פיתחו רגישות לקשר לגורמי התרגיל ולמרחק מהתוצאה. עם זאת, אי אפשר לשלול פרשנות חליפית, שדפוס הביצוע שלהם היה שונה מהדפוס המצופה, מפני שהתרגלו לא לסמוך על זיכרונם והפעילו פרוצדורות חישוב כדי לבדוק את עצמם, או שהם רגישים למאפיינים מספריים על אודות הקשר לגורמים ולמרחק מהתוצאה, אך מתקשים להשתמש במידע זה ביעילות.

האם הרגישות לקשר לגורמים והרגישות לגודל התוצאה מתפתחות באותו אופן בכל סוגי התרגילים? מודלים עדכניים של חישוב (Campbell, 1995; Verguts & Fias, 2005) מניחים שהצגת תרגיל גורמת לפעילות המתפשטת בהדרגה לתרגילים הקשורים אליו. ככל שהתוצאות של תרגילים אלה דומות יותר לתוצאה הנכונה לתרגיל שהוצג (מבחינת השתייכותן לאותה שורת כפל באמצעות גורם משותף, או מבחינת גודלן), כך הן יתחרו בתוצאה הנכונה ויעכבו את שליפתה. אופן הביצוע (דיוק וזמני תגובה) בתרגילי כפל תלוי בחוזק הקשר שבין התרגיל לתוצאה הנכונה שלו, לעומת חוזק הקשר בין התרגיל לבין התוצאות המתחרות. לתרגילים קטנים, תאומים וחמש יש יותר "שכנים עקביים" מאשר שכנים לא עקביים (פירוט אפשר לראות אצל Verguts & Fias, 2005, טבלה 2). כלומר, ברוב התוצאות השכנות לתרגילים אלה (דהיינו, בתוצאות הקשורות לגורמים וקרובות לתוצאה הנכונה) יש ספרה הזהה לספרה בתוצאה הנכונה, באותו מיקום עשרוני. במטלות הפקה, שכנים עקביים מזרזים את שליפת התוצאה הנכונה ובכך מחזקים את הקשר שבין התרגיל לתוצאתו. לתרגילים בינוניים וגדולים יש יותר שכנים לא עקביים מאשר שכנים עקביים. במטלות הפקה, שכנים לא עקביים מתחרים עם התוצאה הנכונה, מעכבים את שליפתה ולכן מחלישים את הקשר שבין התרגיל לתוצאתו. ממודלים אלה אפשר להניח שצפויים הבדלים בין התפתחות הרגישות לקשר לגורמים ולגודל התוצאה בין סוגי התרגילים, אך לא ברור מה יהיו ההבדלים.

ממצאי הניסוי הראו שהרגישות לקשר ולמרחק, לפחות מבחינת השפעתה על הדיוק בביצוע, מתפתחת מתרגילים קטנים, תרגילי תאומים ותרגילי חמש בכיתות ב׳ ו-ד׳, לתרגילים בינוניים בכיתה ו׳, ולתרגילים גדולים רק אצל מבוגרים. הביצוע של תלמידים עם

הלקות בכיתות ו׳ ו-ח׳ דמה לזה של ילדים ללא לקות בכיתות ד׳, כלומר – לתופעת הקשר לגורמי התרגיל ולתופעת המרחק הייתה השפעה על הדיוק שלהם רק בתרגילים קטנים, תרגילי תאומים ותרגילי חמש. ממצאים אלה מחזקים את המסקנה שהצגנו קודם לכן, שאם מתבגרים עם הלקות בנו מאגר זיכרון לעובדות הכפל, זהו מאגר חלקי בלבד, המכיל בעיקר תרגילים קטנים, תרגילי תאומים ותרגילי חמש. הדפוס החריג שהראו תלמידי כיתה ו׳ עם הלקות בשלילת פתרונות שגויים, יחד עם הממצא בניסוי הראשון שביצועיהם דומים לאלו של תלמידי כיתה ב׳ ללא לקות, מצביעים על כך שאצל תלמידי כיתה ו׳ עם הלקות, גם אם נבנה מאגר זיכרון חלקי לעובדות הכפל, תחושת המספר שלהם ביחס למאפיינים מספריים של מכפלות עדיין אינה מבוססת דיה. לעומתם, נראה כי תלמידי כיתות ח׳ עם הלקות בנו אמנם מאגר עובדות-כפל חלקי, אך זהה במאפייניו למאגר הנבנה אצל תלמידים צעירים מהם, ללא לקות, ופיתחו תחושת מספר על אודות הקשר לגורמים והגודל של מכפלות.

עוד הראו ממצאי הניסוי שאצל ילדים ללא לקות, בתרגילים קטנים קיימת רגישות רק לקשר של הפתרון המוצע לגורמי התרגיל, ולא למרחק של הפתרון המוצע מהתוצאה הנכונה. בניגוד לכך, בתרגילים הגדולים קיימת רגישות רק למרחק שבין הפתרון המוצע לבין התוצאה הנכונה, אך לא לקשר של הפתרון המוצע לגורמי התרגיל. ייתכן שהקשר לגורמים מורגש בתרגילים קטנים מפני שבמספרים קטנים המשתתפים יודעים היטב את שורות הכפל, ונוסף על כך קל להבחין בין מספרים קטנים, אפילו אם הם קרובים זה לזה (Ashcraft, 1992). לכן, תוצאות שגויות שאינן שייכות לשורות הכפל של התרגיל לא נראו למשתתפים כסבירות ולא השפיעו על ההתנהגות, גם אם היו קרובות לתוצאה הנכונה. בניגוד לכך, דווקא בגלל שבתרגילים קטנים המשתתפים ידעו היטב את שורות הכפל של הגורמים, תוצאות הקשורות לגורמי התרגיל (שייכות לשורת הכפל של התרגיל) בלבלו אותם והיו קשות יותר לדחייה, גם אם היו רחוקות מהתוצאה הנכונה. התמונה הפוכה במספרים גדולים: בתרגילים אלה, המשתתפים לא ידעו טוב מספיק את שורות הכפל של הגורמים ולכן פתרונות שגויים, אפילו אם נמצאו בשורת הכפל של התרגיל, לא הפריעו לביצוע בתנאי שהיו רחוקים מהתוצאה הנכונה. בניגוד לכך, מכיוון שההבחנה בין מספרים קרובים קשה במספרים גדולים, ומכיוון שהמשתתפים לא ידעו את התוצאה המדויקת של התרגילים, אך ידעו את גודלה הסביר של תוצאה זו, היה להם קשה לשלול פתרונות הקרובים בגודלם לתוצאה הנכונה, גם אם לא היו בשורת הכפל של הגורמים. בתרגילי תאומים, תרגילי חמש ותרגילים בינוניים, נצפתה אינטראקציה בין הקשר לגורמים לבין המרחק מהתוצאה הנכונה: רק פתרונות שגויים שהיו גם קשורים לגורמי התרגיל וגם קרובים בגודלם לתוצאה הנכונה נשללו בקושי. נראה שבתרגילים אלה נדרש דמיון רב לתוצאה הנכונה (כלומר, דמיון הן מבחינת הקשר לגורמי התרגיל הן מבחינת הגודל) כדי שהפתרון המוצע יפריע לביצוע נכון ומהיר. הדפוס שנמצא אצל תלמידי כיתות ח׳ עם הלקות היה שונה מעט (הקשר לגורמים השפיע על זמני התגובה שלהם בכל סוגי התרגילים ועל הדיוק בתשובותיהם רק בתרגילי תאומים ותרגילי חמש, בעוד המרחק השפיע על זמני התגובה שלהם רק בתרגילים בינוניים). דפוס שונה זה מעלה את האפשרות שבכל זאת קיימים הבדלים עדינים בין

מאפייני מאגר הזיכרון שלהם לזה של תלמידים ללא לקות.

האם ילדים משתמשים ברמזי קשר לגורמים וברמזי מרחק לשם ביצוע יעיל במטלות אימות? זברודוף ולוגאן (Zbrodoff & Logan, 1990) הראו שבמטלות אימות, בתרגילים קלים, כשהתוצאה הנכונה נשלפת בקלות ובמהירות, נוטים אנשים להיזכר בתוצאה הנכונה ואז להשוות אותה לפתרון המוצע להם – אסטרטגיית "זכור והשווה". בתרגילים קשים, כשזכירת התוצאה הנכונה כרוכה במאמץ ובזמן, נוטים אנשים לשפוט את הפתרון המוצע להם בהתאם לסבירותו – אסטרטגיית "בדוק סבירות". לטענתם, אסטרטגיית "בדוק סבירות" יעילה יותר מאסטרטגיית "זכור והשווה" בתרגילים קשים, במיוחד כאשר מוטלת על המשתתפים מגבלת זמן, כפי שאכן מתרחש במטלות אימות.

ראסל ונואל (Rousselle & Noel, 2008) הציעו שלושה תבחינים, שרק אם שלושתם מתקיימים אפשר לוודא שהמשתתפים בניסוי אכן משתמשים באסטרטגיית "בדוק סבירות" ולא באסטרטגיית "זכור והשווה": (1) הימצאותה של תופעת המרחק, (2) זמן תגובה קצר יותר לשלילת פתרונות לא סבירים מאשר לאימות תוצאות נכונות ו-(3) אפקט גודל קטן יותר בתרגילים עם פתרונות בלתי סבירים מאשר בתרגילים עם פתרונות נכונים. אפקט גודל הוא ההבדל בזמן התגובה הנדרש לפתרון תרגילים קטנים לעומת הזמן הנחוץ לתרגילים גדולים. החוקרות הניחו שפתרונות בלתי סבירים נשללים שלא באמצעות חישוב מדויק, אלא באמצעות אומדן. מחקר קודם (Stanescu-Cosson, 2000) הראה שאפקט הגודל גדול יותר בחישוב מדויק מאשר בחישוב אומדני ולכן הציעו החוקרות את התבחין השלישי. החוקרות מצאו שילדים ללא לקות בכיתה ב׳ השתמשו באסטרטגיית "בדוק סבירות" במטלת אימות של תרגילי חיבור. השימוש של תלמידי כיתות ג׳ עם הלקות באסטרטגיה זו היה מוטל בספק, והחוקרות העלו את האפשרות שתלמידים עם לקות התחילו להשתמש באסטרטגיה זו, אך לא באותה יעילות כמו ילדים ללא לקות. תבחינים אלה יכולים להיות תקפים גם לתרגילי כפל.

בדקנו את שלושת התבחינים שהציעו ראסל ונואל (Rousselle & Noel, 2008) ומצאנו שבמטלת אימות תרגילי כפל, ילדים ללא לקות מכיתה ב׳ ואילך וכן תלמידי כיתה ח׳ עם הלקות משתמשים באסטרטגיית "זכור והשווה" בתרגילים קלים, אך באסטרטגיית "בדוק סבירות" בתרגילים קשים (קרי, גדולים). זהו שילוב הנראה יעיל בתנאי לחץ זמן כמו במטלת אימות. תלמידי כיתה ו׳ עם הלקות הראו רק חלק מהתבחינים הללו, וגם בהם, כאמור, הראו לעתים ביצוע חריג. הקשר לגורמי התרגיל והמרחק מהתשובה הנכונה הם אמצעים חשובים לבדיקת סבירות של תוצאות. נראה שלתלמידי כיתה ו׳ עם לקות עדיין אין מאגר כפל יציב שמאפשר להם להשתמש באמצעים אלה.

התפתחות הרגישות לספרות הספציפיות בתוצאות לתרגילי כפל

התפתחות הרגישות לספרות הספציפיות שבמכפלות טרם נחקרה בילדים, לא כל שכן בילדים עם הלקות. דומאס ועמיתיו (Domahs, et al., 2007) הראו שבמטלת אימות כפל, מבוגרים מעבדים קודם מידע כללי ורק אחר כך מידע ספציפי. מידע כללי אופיין כמידע

הקשור לתרגיל, ומידע ספציפי אופיין כמידע הקשור לתוצאה. לפי אפיון זה, מידע על קשר לגורמי התרגיל הוא מידע כללי (כי הוא קשור לתרגיל) בעוד שמידע על הספרות שבתוצאה הוא מידע ספציפי, כי הוא קשור לתוצאה הספציפית. אמנם החוקרים טענו שגם מידע על גודל התוצאה הוא מידע ספציפי אך מידע על גודל יכול להיות מעובד לא באופן מדויק אלא באופן אומדני (Zbrodoff & Logan, 1990; Roussell & Noel, 2008) ולכן שם עיבודו לא נדרש בהכרח מידע ספציפי. בניסוי השני בסדרת הניסויים המתוארת כאן, בדקנו אם הרצף מכללי לספציפי תקף גם מבחינה התפתחותית, כלומר, האם רגישות לקשר לגורמי התרגיל מתפתחת לפני הרגישות לספרות הספציפיות שבתוצאת התרגיל, והאם רגישות לספרות הספציפיות שבתוצאות לתרגילי כפל קיימת אצל מתבגרים עם הלקות.

כדי לענות על שאלות אלו, הצגנו לתלמידים בכיתות ב׳, תחילת ג׳, ד׳ ו-ו׳ ולמבוגרים ללא לקות ולתלמידים עם לקות בכיתות ו׳ ו-ח׳ את הניסוי שהוצג למבוגרים על-ידי דומאס ועמיתיו (Domahs, et al., 2007). במטלת אימות זו נכללו רק תרגילי כפל קשים (כלומר, תרגילים שבהם לפחות אחת מהספרות גדולה מ-5). מחצית מהפתרונות שהוצגו לתרגילים היו נכונים ומחציתם – שגויים. כל הפתרונות השגויים היו קרובים בגודלם לתוצאה הנכונה. מחצית מן הפתרונות השגויים היו קשורים לאחד מגורמי התרגיל ומחציתם לא קשורים ואף לא שייכים ללוח הכפל. מחצית מהפתרונות השגויים כללו ספרת עשרות הזהה לספרת העשרות בתוצאה הנכונה, ומחציתם כללו ספרת עשרות שונה. כך שלכל תרגיל היו ארבעה פתרונות שגויים, אחד מכל סוג: קשור לגורמים ועקבי בספרת העשרות (למשל, 4x6=28); קשור לגורמים אך לא עקבי בספרת העשרות (למשל, 4x6=18); לא קשור לגורמים אך עקבי בספרת העשרות (למשל, 4x6=29); ולא קשור לגורמי התרגיל ולא עקבי בספרת העשרות (למשל, 4x6=19). המרחק הממוצע של הפתרונות השגויים מהתוצאה הנכונה הושווה בין כל סוגי הפתרונות השגויים, וכך גם כיוונם מעל לתוצאה הנכונה או מתחתיה. פתרון שגוי שהוצג עם תרגיל, לא הוצג גם עם התרגיל החלופי לו. בסך הכול היו בניסוי 144 תרגילים שחולקו באופן שווה ל-6 בלוקים. התרגילים הוצגו בסדר דמוי-אקראי כפי שתואר בניסוי הראשון. כל אחד מהבלוקים הכיל את כל סוגי הפתרונות, ועודדנו את המשתתפים לנוח מעט בין הבלוקים. הליך הניסוי והצגת התרגילים בו היו זהים למתואר בניסוי הראשון.

נבהיר כי כל הפתרונות השגויים הקשורים לגורמי התרגיל הם בהגדרה חלק מלוח הכפל, בין אם ספרת העשרות שלהם זהה ("עקבית") לזו שבתוצאה הנכונה כמו 6x8=42 ובין אם לאו כמו 6x8=56. לכן, רגישות לקשר לגורמי התרגיל צפויה בלי קשר למהותה של ספרת העשרות בפתרון המוצע למשתתפים. לעומת זאת, הפתרונות השגויים שלא היו קשורים לגורמי התרגיל גם לא היו חלק מלוח הכפל. מספרים שאינם חלק מלוח הכפל אינם אמורים להיות חלק ממאגר הזיכרון של עובדות הכפל ולכן אינם אמורים לפעול כשמוצג תרגיל כפל. לכן, רגישות לספרת עשרות "עקבית" לתוצאה הנכונה, צפויה רק כשהפתרון המוצע קשור לגורמי התרגיל כמו 6x8=42, אך לא כשאינו קשור לגורמים כמו 6x8=43, וכך אכן מצאו דומאס ועמיתיו (Domahs, et al., 2007) בניסוי שהעבירו למבוגרים.

תוצאות ניתוח שונות תלת-כיווני של הקבוצה, הקשר של הפתרון המוצע לגורמי

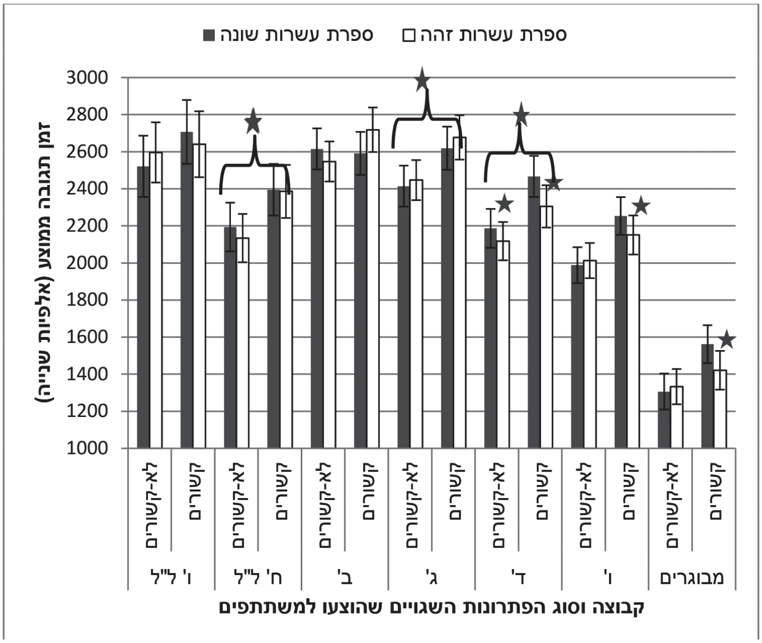
התרגיל והעקביות של ספרת העשרות בפתרון המוצע עם זו שבתוצאה הנכונה, התאימו רק בחלקן למצופה לפי הספרות: המשתתפים דחו פתרונות שספרת העשרות בהם הייתה זהה לתוצאה הנכונה פחות במדויק אך מהר יותר (ולא לאט יותר, כצפוי) מאשר פתרונות שספרת העשרות שבהם הייתה שונה מהתוצאה הנכונה. דפוס זה מראה על "חליפין" בין קצב לדיוק (speed-accuracy trade-off). בדקנו את אותם תרגילים עם קבוצה נפרדת של מבוגרים, בהליך הצגה שונה מזה שבסדרת ניסויינו (כפי שדווח קודם, ההליך בניסויינו הותאם לילדים צעירים) וזהה לזה שבניסוי של דומאס ועמיתיו (Domahs, et al., 2007) ועדיין קיבלנו דפוס של חליפין בין קצב לדיוק. דפוס של חליפין מעיד שהתוצאות שהוצגו בפני משתתפי הניסוי לא עובדו על-ידם עד תום. עם זאת, אנו סבורים שדווקא דפוס החליפין מעיד על רגישות לספרות שבתוצאה – הפתרונות שבהם ספרת העשרות הייתה זהה לתוצאה הנכונה נִדמו למשתתפים כנכונים עד כדי כך שהם הרגישו בטוחים מספיק לקבל אותם במהירות (ובטעות).

ניתוח ממצאי הדיוק הראה שילדים ללא לקות מכיתה ב׳ ואילך וילדים עם לקות מכיתה ו׳ ואילך רגישים לספרות הספציפיות שבתוצאות לתרגילי כפל. כצפוי, רגישות זו נצפתה רק בפתרונות שהיו קשורים לגורמי התרגיל. ממצאי זמן התגובה היו מובחנים יותר, ראו תרשים 3, והראו שילדים ללא לקות רגישים לקשר לגורמי התרגיל מתחילת כיתה ג׳. אמנם בניסוי הראשון, שבדק את הרגישות לקשר לגורמי התרגיל והוצג קודם, נמצא שילדים בכיתה ב׳ כבר רגישים לקשר לגורמי התרגיל, אך רק בתרגילים קלים, בעוד שבניסוי הנוכחי נכללו רק תרגילים קשים. בכיתה ד׳, ילדים רגישים גם לקשר לגורמי התרגיל וגם לספרות הספציפיות שבתוצאות לתרגילי כפל. דפוס הפעולה של ילדים בכיתה ד׳ היה אדיטיבי, כלומר, קודם הם עיבדו את המידע על הקשר לגורמים ורק אחר כך את המידע על הספרות הספציפיות. דפוס אדיטיבי כזה מצביע על כך שילדים בכיתה ד׳ עדיין אינם יכולים לדחות במהירות תוצאות שאינן קשורות לגורמים ולהתייחס לזהות הספרות שבתוצאה רק מבין הפתרונות הקשורים לגורמי התרגיל. אצל תלמידי כיתה ו׳ ומבוגרים השפיעה זהות הספרות בפתרון שהוצג להם על הביצוע רק בפתרונות שהיו קשורים לגורמי התרגיל, ולא בפתרונות שלא היו קשורים לגורמי התרגיל. ממצאים אלה מראים שאכן רצף העיבוד שנצפה אצל מבוגרים קיים גם מבחינה התפתחותית; כלומר – ילדים ללא לקות מפתחים רגישות לקשר של התוצאה לגורמי התרגיל לפני שהם מפתחים רגישות לספרות הספציפיות שבתוצאה.

ילדים עם לקות בכיתה ו׳ לא הראו רגישות לקשר של התוצאה לגורמי התרגיל ולא לספרות הספציפיות שבתוצאה. גם ממצא זה תואם את הממצא מהניסוי הראשון (שהוצג קודם), שכן גם בו ילדים עם לקות בכיתה ו׳ לא הראו רגישות לקשר לגורמי התרגיל בתרגילים קשים. ילדים עם לקות בכיתה ח׳ הראו רגישות רק לקשר לגורמים, ולא לספרות הספציפיות שבתוצאה. גם ממצא זה, כמו הממצאים מהניסוי הראשון שהוצג קודם על הקשר לגורמי התרגיל ולמרחק מהתוצאה הנכונה, מעיד שמאפייני מאגר הזיכרון של תלמידי כיתה ח׳ עם הלקות דומים במידה רבה לאלו של תלמידים ללא לקות, אך אינם זהים לחלוטין ואינם כוללים את כל המאפיינים הקיימים אצל ילדים צעירים יותר ללא לקות, לפחות לא

בתרגילים הקשים. נדרש המשך מחקר עם גילאים בוגרים יותר כדי לבדוק אם בגיל מאוחר יותר מראים אנשים עם לקות רגישות לספרות שבתוצאה. בכל מקרה, הממצא מראה שגם אצל ילדים עם לקות, רגישות לקשר לגורמי התרגיל מתפתחת לפני הרגישות לספרות שבתוצאה (אם זו מתפתחת בכלל).

תרשים 3. זמני התגובה בניסוי השני לפי הקבוצה, הקשר של הפתרון המוצע לגורמי התרגיל, והזהות של ספרת העשרות עם זו שבתוצאה הנכונה



* מסמל **.05** $p<$ ועמודי השגיאות מייצגים סטיית תקן אחת.

התפתחות התחושה על אודות זוגיות של תוצאות לתרגילי כפל

החל מכיתה ג׳, ילדים ללא לקות מתקשים לשלול פתרונות לתרגילי כפל שהזוגיות שלהם תואמת את הזוגיות של התוצאה הנכונה (כמו **4x6=34**), לעומת פתרונות שזוגיותם שונה מזו של התוצאה הנכונה (כמו **4x6=31**). ממצא זה מראה שילדים רגישים לזוגיות של תוצאות כפל החל מכיתה ג׳ (Lemaire & Fayol, 1995). מחקרים נוספים לא נערכו לילדים, לא כל שכן לילדים עם הלקות. בניסוי השלישי והאחרון מבין הניסויים שערכנו, בדקנו אם רגישות לזוגיות התוצאות בכפל קיימת אצל ילדים ללא לקות כבר בתחילת לימוד הכפל בכיתה ב׳, כיצד היא מתפתחת לאורך הגילאים והאם היא קיימת אצל מתבגרים עם הלקות.

בניסוי אחרון זה בדקנו גם באיזו אסטרטגיה משתמשים ילדים ברמזי זוגיות במטלת אימות כפל. שתי אסטרטגיות הוצעו בספרות לשימוש ברמזי זוגיות: קרוגר (Krueger, 1986) שיער שאנשים משתמשים בחוק הזוגיות בכפל. לפי החוק, כשאחד מהגורמים הוא זוגי, התוצאה תהיה זוגית; רק אם שני הגורמים אי-זוגיים, תהיה התוצאה אי-זוגית. לפי השערה זו, בתרגילים ששני הגורמים שבהם זוגיים וגם בתרגילים שאחד הגורמים שבהם זוגי ואחד הגורמים אי-זוגי, יהיה קל יותר לשלול פתרונות שגויים אי-זוגיים מאשר זוגיים. בניגוד לכך, בתרגילים שבהם שני הגורמים אי-זוגיים, יהיה קל יותר לשלול פתרונות שגויים זוגיים מאשר אי-זוגיים. כך אכן מצאו גם קרוגר (Krueger, 1986), גם למייר ורדר (Lemaire & Reder, 1999) וגם ונדרופ (Vandorpe, 2004), אלא שבכל המחקרים הללו לא היה הממצא בתרגילים אי-זוגיים מובהק. בניגוד לכך, לוצ׳י ועמיתיו (Lochy, Seron, Delazer, & Butterworth, 2000) מצאו שפתרונות אי-זוגיים נשללו בקלות רבה יותר מפתרונות זוגיים, בכל סוגי התרגילים. החוקרים שיערו שאנשים למדו במהלך ניסיונם שרוב התוצאות בתרגילי כפל הן זוגיות ולכן פתרונות זוגיים נראים להם סבירים, בעוד שפתרונות אי-זוגיים נראים לא מוכרים, לא סבירים, ולכן בכל מקרה נשללים בקלות רבה יותר מפתרונות זוגיים. ההבדל בין שתי ההשערות – השערת החוק לעומת השערת ההיכרות – יכול להיראות רק בתרגילים שבהם שני הגורמים אינם זוגיים. אבל, כאמור, ההבדלים בתרגילים אלה היו לא מובהקים ברוב המחקרים. אמנם במחקרם של לוצ׳י ועמיתיו ההבדל בין זמן התגובה שנדרש לשלילת פתרונות זוגיים לזמן שנדרש לשלילת פתרונות אי-זוגיים היה מובהק, אך הוא היה קטן יותר מאשר ההבדל בשאר סוגי התרגילים. למעשה, בכל המחקרים ההבדל בין זמני התגובה לשלילת פתרונות זוגיים לשלילת פתרונות אי-זוגיים היה הגדול ביותר בתרגילים שבהם שני הגורמים זוגיים, בינוני בתרגילים שבהם אחד הגורמים זוגי ואחד אי-זוגי, והקטן ביותר בתרגילים שבהם שני הגורמים אי-זוגיים. שתי ההשערות לא יכלו להסביר את הבדלי הגודל בין סוגי התרגילים. לכן הציעו החוקרים הסברים משלימים. ונדרופ (Vandorpe, 2004) טען שייתכן שעקב מורכבות החוק, אנשים משתמשים רק בחלק הראשון של החוק, כלומר רק בחלק האומר שאם אחד מגורמי התרגיל הוא זוגי, תהיה התוצאה זוגית. מכאן, ההבדל הקטן בתרגילים שבהם שני הגורמים הם אי-זוגיים, שהרי החלק הראשון של חוק הזוגיות כלל אינו עוסק בתרגילים כאלה. למייר ורדר (Lemaire & Reder, 1999) סיפקו הסברים אחדים להבדל הגדול בתרגילים שבהם שני הגורמים זוגיים. ראשית, מפני שקל להבחין בגורם זוגי כשיש שניים כאלה. שנית, הזוגיות של הגורמים מעוררת כפליים את הזוגיות שבתוצאה. ושלישית, רק בתרגילים שבהם שני האופרנדים (המספרים המופיעים בתרגיל) זוגיים, התוצאה זוגית גם בתרגילי כפל וגם בתרגילי חיבור, וזהות זו מגבירה את הביטחון של המשתתפים בכך שהתוצאה חייבת להיות זוגית. בתרגילים שבהם אחד הגורמים זוגי ואחד אי-זוגי, ההבדל בזמני התגובה בין פתרונות זוגיים לאי-זוגיים הוא בינוני, כי מצד אחד די שגורם אחד יהיה זוגי כדי שהתוצאה תהיה זוגית, אך מצד שני קשה יותר להבחין בקיומו של גורם זוגי כשיש רק אחד כזה. נוסף על כך, גם תומכי השערת החוק וגם תומכי השערת ההיכרות סברו שייתכן ששתי אסטרטגיות אלה

אינן מוציאות זו את זו, וייתכן שאנשים משתמשים בשילוב כלשהו בין שתי האסטרטגיות. אבל, לוצ׳י ועמיתיו (Lochy, et. al., 2000) טענו שייתכן שמידת המומחיות של המשתתפים קובעת באיזו אסטרטגיה ישתמשו – חוק או היכרות. לוצ׳י ועמיתיו שיערו שמשתתפים מיומנים רגישים יותר לחוק ולכן יפעלו בהתאם לחוק, בעוד שמשתתפים מיומנים פחות יפעלו בהתאם להיכרות שלהם עם הזוגיות של רוב התוצאות לתרגילי כפל. הטלנו ספק בסבירותה של השערה זו, שהרי משתתפים שאינם מיומנים מכירים פחות לא רק את חוק הזוגיות בכפל, אלא גם את העובדה שרוב התוצאות לתרגילי כפל הן זוגיות. ילדים, ובוודאי ילדים עם הלקות, הם משתתפים לא מיומנים בכפל. הצעתם של לוצ׳י ועמיתיו נראית אפילו סבירה פחות ביחס לילדים, שכן ילדים לומדים במפורש בבית הספר את חוק הזוגיות בכפל, אך אינם לומדים במפורש את העובדה שרוב התוצאות לתרגילי כפל הן זוגיות ולכן סביר שאינם מכירים עובדה זו, לפחות בשלבים ראשוניים של הלמידה. אם כך, אף שסביר שמבוגרים משתמשים בשילוב של שתי האסטרטגיות – חוק והיכרות – ייתכן שבשונה ממבוגרים, ובניגוד להנחתם של לוצ׳י ועמיתיו, ילדים משתמשים בחוק, ולא בהיכרות עם מכפלות זוגיות.

כדי לבדוק שאלות אלה העברנו לתלמידים ללא לקות מכיתות ב׳, תחילת ג׳, ד׳ ו-ו׳ וכן לסטודנטים ללא לקות, ולתלמידי כיתות ו׳ ו-ח׳ עם הלקות, את אותו ניסוי שהועבר למבוגרים על ידי לוצ׳י ועמיתיו (Lochy, Seron, Delazer, & Butterworth, 2000). בניסוי זה נכללו רק תרגילים קשים, משלושה סוגים: זוגיים (זוג X זוגי), אי-זוגיים (אי-זוגי X אי-זוגי) ומעורבים (אי-זוגי X זוגי או זוגי X אי-זוגי). בכל סוג, הוצגו שני תרגילים שונים וכן שני התרגילים החלופיים להם, כלומר **4** תרגילים מכל סוג, בסך הכול **12** תרגילים. כל תרגיל הוצג ארבע פעמים: פעמיים עם פתרון נכון ופעמיים עם פתרון שגוי, בסך הכול **48** תרגילים. כל הפתרונות השגויים לא היו חלק מלוח הכפל. אחד הפתרונות השגויים התאים לזוגיות של התוצאה הנכונה (למשל, **6x9=52**) ואחד מהפתרונות השגויים לא התאים לזוגיות התוצאה הנכונה (למשל, **6x9=53**). כך ניתנו לכל סוג תרגיל הן פתרונות שגויים המשמרים את חוק הזוגיות בכפל הן פתרונות שגויים המפרים אותו. מערך זה אפשר לבדוק באיזו אסטרטגיה משתמשים המשתתפים – אם הם משתמשים בכלל הזוגיות בכפל, צפוי שבתרגילים אי-זוגיים, פתרונות זוגיים יישפטו על-ידם כלא סבירים ולכן יישללו במהירות. אם, לעומת זאת, הם משתמשים באסטרטגיית ההיכרות עם מספרים זוגיים, צפוי שגם בתרגילים אי-זוגיים הם ישפטו פתרונות אי-זוגיים כלא-סבירים וישללו אותם במהירות. כדי למנוע השפעה של משתנים אחרים על בחירת התגובה על-ידי המשתתפים, פיקחנו בכל אחד מסוגי התרגילים וסוגי הפתרונות על הכיוון של הפתרונות השגויים (מעל לתוצאה הנכונה או מתחתיה) והמרחק הממוצע שלהם מהתוצאה הנכונה. לא הוצגו פתרונות שעלולים להוביל לבלבול פעולה (Winkelman & Schmidt, 1974). כל הסדרה של **48** התרגילים הוצגה פעמיים כך שבסך הכול הוצגו **96** תרגילים. כדי להשוות בין מספר הפתרונות הנכונים הזוגיים והאי-זוגיים ומפני ש-**75%** מהמכפלות זוגיות, הוספנו **16** תרגילי מילוי עם פתרונות נכונים אי-זוגיים. כדי להשוות בין מספר הפתרונות הנכונים

האי-זוגיים, הנכונים הזוגיים, השגויים הזוגיים והשגויים האי-זוגיים, הוספנו גם 8 תרגילים עם פתרון שגוי זוגי ו-8 תרגילים עם פתרון שגוי אי-זוגי. כל התרגילים הוצגו פעמיים, כך שבסך הכול הוצגו 256 תרגילים, מהם 192 תרגילי ניסוי, והשאר – תרגילי מילוי שלא חושבו בניתוח הסטטיסטי. חילקנו את התרגילים לשמונה בלוקים בני 32 תרגילים בכל בלוק, ובין הבלוקים המלצנו למשתתפים לנוח מעט. בכל בלוק הוצגו כל סוגי התרגילים (זוגיים, אי-זוגיים ומעורבים) וכל סוגי הפתרונות (נכון זוגי, נכון אי-זוגי, שגוי זוגי, שגוי אי-זוגי). סדר הצגת התרגילים היה דמוי-אקראי כך שתרגיל או התרגיל החלופי לו הוצגו שוב רק אחרי הצגה של לפחות ארבעה תרגילים אחרים, וכך גם לגבי הצגת תוצאה מסוימת, ולא הוצגו יותר מארבעה תרגילים עם פתרונות נכונים או תרגילים עם פתרונות שגויים, ברצף. הליך העברת הניסוי והצגת התרגילים בניסוי היה זהה למתואר בניסוי הראשון.

ממצאי הניסוי פורסמו בפירוט (Rotem & Henik, 2013) ולכן לא יפורטו כאן. הממצאים הראו שילדים ללא לקות רגישים לזוגיות התוצאות בכפל מתחילת כיתה ג׳. בכיתות ג׳-ד׳, נצפית הרגישות לכפל רק בתרגילים ה"בטוחים" ביותר, כלומר בתרגילים שבהם שני הגורמים הם זוגיים. בכיתות ו׳ ואצל מבוגרים היא מתרחבת לתרגילים שבהם אחד הגורמים זוגי ואחד אי-זוגי. ילדים עם הלקות הראו רגישות לזוגיות בתוצאות של תרגילי כפל, אך בגיל מאוחר יותר מילדים ללא לקות – רק בכיתה ח׳. גם אצלם נצפתה הרגישות רק בתרגילים שבהם שני הגורמים זוגיים, אף על פי שהייתה רגישות שולית בתרגילים שבהם שני הגורמים אי-זוגיים.

בתרגילים שבהם שני הגורמים אי-זוגיים, ההבדלים בין שלילת פתרונות זוגיים לפתרונות אי-זוגיים לא היו מובהקים באף אחת מהקבוצות שנבדקו, לא מבחינת אחוזי דיוק ולא מבחינת זמני תגובה. אבל בכל קבוצות הילדים שבהם נצפתה רגישות לזוגיות, נשללו פתרונות שהפרו את החוק (כלומר, פתרונות זוגיים) בקלות רבה יותר מפתרונות ששימרו את החוק. ממצא זה, שהיה עקבי הן עבור אחוזי דיוק הן עבור זמני תגובה בכל קבוצות הילדים שהראו רגישות לזוגיות (כלומר, בקבוצת תלמידי כיתות ג׳, ד׳ ו-ו׳ ללא לקות ובקבוצת תלמידי כיתה ח׳ עם לקות), מצביע על האפשרות שילדים, גם אם השתמשו בשילוב כלשהו של שתי האסטרטגיות – חוק והיכרות – נטו לסמוך יותר על החוק מאשר על ההיכרות עם תוצאות כפל כזוגיות ברובן (היכרות שאולי כלל לא הייתה להם).

כפי שנצפה אצל מבוגרים, בתרגילים שבהם שני הגורמים זוגיים היו הבדלים גדולים בין שלילת פתרונות זוגיים לאי-זוגיים, בעוד שבתרגילים שבהם שני הגורמים היו אי-זוגיים, הבדלי הגודל בין שלילת פתרונות זוגיים לאי-זוגיים היו קטנים. הנחנו שהבדלי הגודל דומים אצל ילדים ומבוגרים מכיוון שדפוס הפעולה דומה אצל מבוגרים וילדים – סביר שקל יותר לילדים, כפי שקל יותר למבוגרים, לזהות גורם אחד זוגי כשיש שניים כאלה ולכן גם אצלם ההבדל בתרגילים עם שני גורמים זוגיים הוא גדול. סביר שגם לילדים, כמו למבוגרים, קל יותר להשתמש רק בחלק הראשון של חוק הזוגיות במקום בחוק השלם והמורכב, ולכן גם אצלם ההבדל בתרגילים שבהם שני הגורמים אי-זוגיים הוא קטן. הבדל בין דפוס המבוגרים לדפוס הילדים נמצא רק בתרגילים שבהם אחד הגורמים היה זוגי ואחד אי-

זוגי. ייתכן שבתרגילים אלה פעלו ילדים באופן שונה ממבוגרים: בעוד שמבוגרים הרגישו ביטחון לשלול פתרונות שגויים כבר לאחר מציאת גורם זוגי אחד (שהרי מספיק שגורם אחד יהיה זוגי כדי שהתוצאה תהיה זוגית), ילדים לא היו בטוחים דיים לעשות זאת והרגישו צורך לבדוק גם את הזוגיות של הגורם השני, לפני ששללו תוצאה אי-זוגית. זמני התגובה הארוכים שנצפו אצל ילדים בתרגילים שבהם אחד הגורמים זוגי והאחר אי-זוגי מחזקים סברה זו. דפוסי ההבדלים בין סוגי התרגילים (כלומר – הבדל גדול בתרגילים שבהם שני הגורמים זוגיים והבדל קטן בתרגילים אחרים) דמו אצל ילדים ללא לקות מכיתה ג׳ ואילך ואצל ילדים בכיתה ח׳ עם לקות. דמיון זה מצביע על דמיון בין דפוסי הפעולה של ילדים עם לקות וילדים ללא לקות ומראה שוב שמאפייני מאגר הזיכרון שלהם לעובדות הכפל דומה במאפייניו לזה שנבנה אצל תלמידים צעירים יותר ללא לקות, ושילדים עם לקות מפתחים תחושת מספר בנוגע לזוגיות בכפל.

סיכום ומסקנות

אצל ילדים ללא לקות מתחיל מאגר הזיכרון של עובדות הכפל להיבנות בכיתה ב׳, והוא ממשיך להתפתח עד כיתה ו׳. מאגר זה מאפשר לילדים ללא לקות לפתח רגישות ביחס לתופעות מספריות, כלומר, לפתח תחושת מספר הקשורה למכפלות. בכיתה ב׳, הם רגישים לקשר של התוצאה לגורמי התרגיל ולגודל התוצאה, בכיתה ג׳ – לזוגיות של התוצאה, בכיתה ד׳ – לזהות הספרות בתוצאה, ובכיתה ו׳ – לכך שזהות הספרות בתוצאה היא משמעותית רק בתוצאות הקשורות לגורמי התרגיל.

הממצא המרכזי שעליו מצביעים הניסויים שנסקרו הוא שגם מתבגרים עם לקות למידה במתמטיקה בונים מאגר זיכרון של עובדות הכפל. אבל המאגר שלהם נבנה בגיל מאוחר יותר – רק בכיתה ח׳. נוסף על כך, המאגר שנבנה אצלם מאפשר להם, כמו לילדים ללא לקות, להיות רגישים לקשר של התוצאה לגורמי התרגיל, לגודל התוצאה הצפויה ולזוגיות שלה. יותר מכך – כמו ילדים ללא לקות, גם הם משתמשים ברגישויות אלו כדי לשלול במהירות וביעילות תוצאות בלתי סבירות בתרגילים קשים. עם זאת, המאגר שנבנה אצל ילדים עם הלקות הוא חלקי בלבד וכולל בעיקר תרגילים קלים, וגם בתרגילים אלה רמת דיוקם דומה לזו של תלמידי כיתה ד׳, הצעירים מהם בלמעלה מארבע שנים. כמו-כן, המאגר שנבנה אצלם אינו מאפשר להם להיות רגישים לזהות הספרות בתוצאות של תרגילי כפל, לפחות לא בתרגילים הקשים (קרי, בינוניים וגדולים) שנבדקו, ובחלק מסוגי התרגילים דפוס הרגישות שלהם לקשר לגורמי התרגיל ולגודל התוצאה שונה מעט מאשר זה שנצפה אצל ילדים ללא לקות. לא ברור מהו הגורם הקוגניטיבי המפריע לילדים ומתבגרים עם לקות למידה מתמטית לפתח מאגר זיכרון מלא, הכולל גם תרגילים גדולים – האם עקב כשל ספציפי בעיבוד מספרי (Butterworth & Reigosa, 2007) או כשל כללי יותר במערכת הזיכרון (Geary, 2004)? הוויכוח בין שתי אפשרויות אלה לא הוכרע. עם זאת, נדרש מחקר המשך כדי לראות אם אנשים בוגרים יותר עם לקות משלימים את בניית מאגר הזיכרון של עובדות הכפל גם בתרגילים קשים וגם בהיבטים נוספים של תחושת מספר, כגון רגישות

לספרות הספציפיות שבתוצאה. נוסף על כך, חשוב מחקר חינוכי שיבדוק דרכים לשיפור זכירתם של תרגילים גדולים אצל תלמידים עם הלקות.

ממצאי הניסויים מראים, אם כך, שאפשר לפתח תחושת מספר אצל ילדים עם לקות למידה במתמטיקה. אנו סבורים שחשוב לפתח תחושת מספר, בייחוד אצל ילדים עם לקות, הזקוקים להוראה ישירה לשם גילוי רעיונות מתמטיים (Fuchs, et al., 2008; Kroesbergen & Van Luit, 2003), וקוראים לפתח עבור תלמידים עם הלקות דרכי הוראה שידגישו לא רק את עצם הזכירה של עובדות הכפל אלא את תחושת המספר המתלווה לזכירת עובדות הכפל, למשל באמצעות דיונים על אודות הסבירות של שגיאות המתרחשות אצל ילדים אלה לעתים קרובות.

ביבליוגרפיה

משרד החינוך (2006). **תוכנית הלימודים במתמטיקה לכיתות א׳-ו׳ בביה״ס הממלכתי והממלכתי-דתי**. ירושלים: המחבר.

משרד החינוך, הרשות הארצית למדידה והערכה (נובמבר 2007א׳). **מבחן המיצ״ב במתמטיקה לכיתה ד׳**. ירושלים: המחבר.

משרד החינוך, הרשות הארצית למדידה והערכה (נובמבר 2007ב׳). **מבחן המיצ״ב במתמטיקה לכיתה ו׳**. ירושלים: המחבר.

משרד החינוך, הרשות הארצית למדידה והערכה (נובמבר 2010א׳). **מבחן המיצ״ב במתמטיקה לכיתה ו׳**. ירושלים: המחבר.

משרד החינוך, הרשות הארצית למדידה והערכה (נובמבר 2010ב׳). **מבחן המיצ״ב במתמטיקה לכיתה ח׳**. ירושלים: המחבר.

משרד החינוך, הרשות הארצית למדידה והערכה (נובמבר 2010ג׳). **מבחן המיצ״ב במתמטיקה לכיתות ב׳, ג׳, ו-ד׳**. ירושלים: המחבר.

שני, מ׳, לחמן, ד׳, שלם, צ׳, בהט, א׳, וזייגר, ט׳ (2006). **אלף-תיו - מערכת לאבחון לקויות בתהליכי הקריאה והכתיבה לפי נורמות ישראליות**. תל-אביב: מכון מופ״ת וניצן.

American Psychiatric Association (1994). *Diagnostic and statistical manual of mental disorders* (4th ed.). Washington DC: Author.

Ashcraft, M. H. (1992). Cognitive arithmetic: A review of data and theory. *Cognition*, 44(1-2), 75-106.

Baroody, A. J. (1999). The roles of estimation and the commutative principle in the development of third graders` mental multiplication. *Journal of Experimental Child Psychology*, 74(3), 157-193.

Berch, D. B. (2005). Making sense of number sense: Implications for children with mathematical disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 38(4), 333-339.

Butterworth, B., Marschesini, N., & Girlli, L. (2003). Basic multiplication combinations: Passive storage or dynamic reorganization? In A. Dowker & A. J. Baroody (Eds.), *The Development of Arithmetic Concepts and Skills* (pp. 189-202). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Butterworth, B., & Reigosa, V. (2007). Information processing deficits in dyscalculia. In D. B. Berch & M. M. M. Mazzocco (Eds.), *Why is math so hard for some children?* (pp. 65-82). Maryland: Paul Brooks Publishing.

Calhoon, M. B., Emerson, R. W., Flores, M., & Houchins, D. E. (2007). Computational fluency performance profile of high school students with mathematical disabilities. *Remedial and Special Education*, 28(5), 292-303.

Campbell, J. I. D. (1987). Production, verification and priming of multiplication facts. *Memory & Cognition*, 15(4), 349-364.

Campbell, J. I. D. (1995). Mechanisms of simple addition and multiplication: A modified network-interference theory and simulation. *Mathematical Cognition*, 1(2), 121-164.

Campbell, J. I. D., & Graham, D. J. (1985). Mental multiplication skills: Structures, process and acquisition. *Canadian Journal of Psychology*, 39, 338-366.

Campbell, J. I. D. (1997). Reading-based interference in cognitive arithmetic. *Canadian Journal of Experimental Psychology*, 51(1), 74-81.

Cho, S., Ryali, S., Geary, D. C., & Menon, V. (2011). How does a child solve 7+8? Decoding brain activity patterns associated with counting and retrieval strategies. *Developmental Science*, 14(5), 989-1001.

Dehaene, S., & Cohen, L. (1995). Towards an anatomical and functional model of number processing. *Mathematical Cognition*, 1(1), 83-120.

De Brauwer, J., & Fias, W. (2009). A longitudinal study of children`s performance of simple multiplication and division problems. *Developmental Psychology*, 45(5), 1480-1496.

De Brauwer, J., Verguts, T., & Fias, W. (2006). The representation of multiplication facts: Developmental changes in the problem size, five, and tie effects. *Journal of Experimental Child Psychology*, 94(1), 43-56.

Domahs, F., & Delazer, M. (2005). Some assumptions and facts about arithmetic facts. *Psychology Science*, 47(1), 96-111.

Domahs, F., Delazer, M., & Nuerk, H.-C. (2006). What makes multiplication facts difficult – Problem size or neighborhood consistency? *Experimental Psychology*, 53(4), 275-282.

Domahs, F., Domahs, U., Schlesewsky, M., Ratinckx, E., Verguts, T., Willmes, K., & Nuerk, H.-C. (2007). Neighborhood consistency in mental arithmetic: Behavioral and ERP evidence. *Behavioral and Brain Functions*, 3:66, 1-16.

Fuchs, L., Fuchs, D., Powell, S. R., Seethaler, P. M., Cirino, P. T., & Fletcher, J. M. (2008). Intensive intervention for students with mathematics disabilities: Seven principles of effective practice. *Learning Disabilities Quarterly*, 31, 79-92.

Geary, D. G. (2004). Mathematics and learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 37 *(1)*, 4-15.

Geary, D. G. (2011). Consequences, characteristics, and causes of mathematics learning disabilities and persistent low achievement in mathematics. *Journal of Developmental and Behavioral Pediatrics*, 32(3), 250-263.

Gersten, R., & Chard, D. (1999). Number Sense: Rethinking arithmetic instruction for students with mathematical disabilities. *The Journal of Special Education*, 33(1), 18-28.

Hatano, G. (2003). Commentary: Conceptualizing school learning using insight from expertise research. *Educational Researcher*, 32, 26-29.

Jordan, N., Hanich, L. B., & Kaplan, D. (2003). A longitudinal study of mathematical competencies in children with specific mathematics difficulties versus children with comorbid mathematics and reading difficulties. *Child Development*, 74(3), 834-850.

Koshmider, J. W., & Ahcraft, M. H. (1991). The development of children's mental multiplication skills. *Journal of Experimental Child psychology*, 51, 53-89.

Kroesbergen, E. H., & Van Luit, J. H. (2003). Mathematics interventions for children with special educational needs: A meta-analysis. *Remedial and Special Education*, 24(2), 97-114.

Krueger, L. E. (1986). Why 2x2=5 looks so wrong: On the odd-even rule in product verification. *Memory & Cognition*, 14, 141-149.

LeFevre, J.-A., Bisanz, J., Daley, K. E., Buffone, L., & Sadesky, G. S. (1996). Multiple routes to solution of single-digit multiplication problems. *Journal of Experimental Psychology*, 125(3), 284-306.

Lemaire, P., & Fayol, M. (1995). When plausibility judgments supersede fact retrieval: The example of the odd-even effect on product verification. *Memory & Cognition*, 23(1), 34-48.

Lemaire, P., & Reder, L. M. (1999). What affects strategy selection in arithmetic? The example of parity and five effects on product verification. *Memory & Cognition*, 27, 369-382.

Lemaire, P., & Siegler, R. S. (1995). Four aspects of strategic change: Contributions to children's learning of multiplication. *Journal of Experimental Psychology: General*, 124, 83-97.

Lochy, A., Seron, X., Delazer, M., & Butterworth, B. (2000). The odd-even effect in multiplication: Parity rule or familiarity with even numbers? *Memory & Cognition*, 28, 358-365.

Mabbott, D. J., & Bisanz, J. (2008). Computational skills, working memory, and conceptual knowledge in older children with mathematics learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 41(1), 15-28.

Mazzocco, M. M. M., Devlin, K. T., & McKenny, S. J. (2008). Is it a fact? Timed arithmetic performance of children with mathematics learning disabilities (MLD) varies as a function of how MLD is defined. *Developmental Neuropsychology*, 33, 318-344.

National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.

Niedeggen, M., & Rosler, F. (1999). N400 effects reflect activation spread during retrieval of arithmetic facts. *Psychological Science*, 10(3), 271-276.

Ostad, S. A. (1997). Developmental differences in addition strategies: A comparison of mathematically disabled and mathematically normal children. *British Journal of Educational Psychology*, 67, 345-357.

Ostad, S. A. (1999). Developmental progression of subtraction strategies: A comparison of mathematically normal and mathematical disabled children. *European Journal of Special Needs Education*, 14, 21-36.

Raven, J. C. (1936). Mental tests used in genetic studies; The performance of related individuals on tests mainly educative and mainly reproductive. MSc Thesis, university of London.

Rotem, A., & Henik, A. (2013). The development of product parity sensitivity in children with mathematics learning disabilities and typically achievers. *Research in Developmental Disabilities*, 34, 831-839.

Rotem, A., & Henik, A. (2014). Development of product relatedness and distance effects in typical achievers and in children with mathematics learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, Doi: 10.1177/0022219413520182, available on line at http://ldx.sagepub.com/content/early/2014/02/07/0022219413520182

Rousselle, L., & Noel, M. P. (2008). Mental arithmetic in children with mathematics learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 41(6), 498-513.

Shalev, R. S. (2004). Developmental dyscalculia. *Journal of Child Neurology*, 19(10), 765-771.

Shalev, R. S., & Gross-Tsur, V. (2001). Developmental dyscalculia: Review article. *Pediatric Neurology*, 24, 337-342.

Sherin, B., & Fuson, K. (2005). Multiplication strategies and the appropriation of computational resources. *Journal of Research in Mathematics Education*, 36(4), 347-395.

Siegler, R. S., Duncan, G. J., Davis-Kean, P. E., Duckworth, K., Claessens, A., Engel, M., Ines, M., & Chen, M. (2012). Early predictors of high school mathematics achievement. *Psychological Science*, 23, 7, 691-697.

Stanescu-Cosson, R., et al. (2000). Understanding the dissociations in dyscalculia: A brain imaging study of the impact of number size on the cerebral networks for exact and approximate calculations. *Brain*, 123, 2240-2255.

U.S. Department of Education (2008). *Foundations for success: The final report of the National Mathematics Advisory Panel*. USA: Author.

Vandorpe, S., De Rammelaere, S., & Vandierendonck, A. (2004). The odd-even effect in multiplication: Familiarity with even numbers or a parity rule after all? *Psychologica Belgica*, 44(3), 143-157.

Verguts, T., & Fias, W. (2005). Interacting Neighbors: A connectionist model of retrieval in single-digit multiplication. *Memory & Cognition*, 33(1), 1-16.

Winkelman, J. H., & Schmidt, J. (1974). Associative confusion in mental arithmetic. *Journal of Experimental Psychology*, 102(4), 734-736.

Zbrodoff, N. J., & Logan, G. D. (1990). On the relation between production and verification tasks in the psychology of simple arithmetic. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory & Cognition,* 16, 83-97.